ریاضی 6
امانت
دیانت
صداقت
شرافت
پنجاب
ٹیکسٹ بک بورڈ
لاہور
پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

ریاضی

چھٹی جماعت کے لیے

ناشر

ڈار برادرز اردو بازار لاہور

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

تاریخ اشاعت	تجرباتی ایڈیشن	طباعت	تعداد اشاعت
ستمبر 1992ء	اوّل	سوم	25,000

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

فہرست

CamScanner

CamScanner

شہر	درجہ حرارت
اسلام آباد	+14
لاہور	+19
ملتان	+25
کراچی	+20
کوئٹہ	-2

سامنے کے جدول کو دیکھیے ۔ اس میں پانچ شہروں کا ایک دن کا کم از کم درجۂ حرارت دیا ہُوا ہے ۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ 19+ سے کیا مُراد ہے اور 2− سے کیا مُراد ہے ؟ نہیں ۔ کیونکہ اب تک ہمارا واسطہ مندرجہ ذیل قِسم کی مقداروں یا پیمائش سے رہا ہے ۔

مثلاً 5 کتابیں ، 8 کلوگرام چینی ، 15 میٹر کپڑا وغیرہ ۔ اس قسم کی مقداروں کے لئے ہم قدرتی اعداد

1,2,3,4,5,...

استعمال کرتے رہے ہیں ۔ لیکن بعض مرتبہ دو مخالف سمتوں میں پیمائش کرنے کی ضرورت پڑتی ہے ۔ مثلاً دائیں طرف اور بائیں طرف ، اُوپر اور نیچے ، شمال کی طرف اور جنوب کی طرف ۔

مقداروں کی پیمائش کے ساتھ اگر سمت کا بھی ذکر ہو تو اس وقت ریاضی میں انہیں ظاہر کرنے کے لیے ہم "سمتی اعداد" استعمال کرتے ہیں ۔ جو کہ مندرجہ ذیل اعداد پر مشتمل ہیں :

(i) مثبت اعداد :

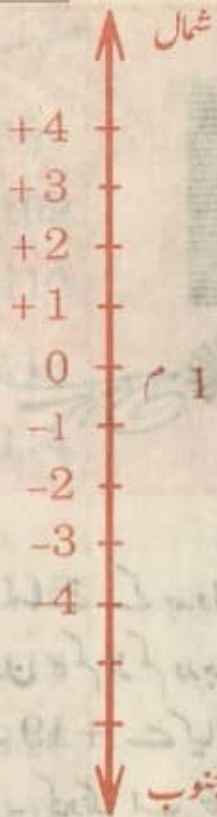
+1, +2, +3, +4,...

(ii) منفی اعداد :

-1, -2, -3, -4,...

(iii) صفر '0'

صفر نہ مثبت عدد ہے اور نہ ہی منفی ۔

شکل 1

اگر ہم کوئی خط لیں جیسا کہ سامنے کی شکل نمبر 1 میں دکھایا گیا ہے اور اس پر کوئی نقطہ م لیں تو م کو مبدا کہیں گے ۔ اور مبدا (نقطہ م) کے مطابق عدد صفر لیں گے ۔

اب اگر 4+ سے مُراد نقطہ م سے 4 اکائیاں شمال کی طرف ہو تو 3- سے مُراد نقطہ م سے 3 اکائیاں جنوب کی طرف ہو گی ۔

اب اگر صفر سے زیادہ درجۂ حرارت کو مثبت اعداد سے اور صفر سے کم درجۂ حرارت کو منفی اعداد سے ظاہر کیا جائے تو پچھلے صفحہ پر دیے گئے جدول کو دیکھ کر ہم بڑی آسانی سے بتا سکتے ہیں کہ لاہور کا درجہ حرارت 19+ کوئٹہ کا درجہ حرارت 2- یعنی کوئٹہ کا درجہ حرارت صفر سے 2 درجے کم ہے ۔

9+ کو مثبت 9 اور 9- کو منفی 9 پڑھیں گے ۔

پس مثبت اعداد

$$+1, +2, +3, +4, +5 \ldots$$

کو پڑھیں گے مثبت ایک ، مثبت دو ، مثبت تین ، مثبت چار ، مثبت پانچ

اور منفی اعداد

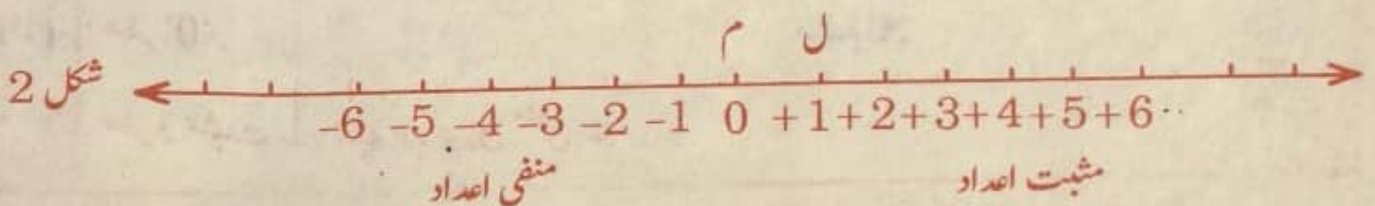
$$-1, -2, -3, -4, -5, \ldots$$

کو پڑھیں گے منفی ایک ، منفی دو ، منفی تین ، منفی چار ، منفی پانچ

ہم سمتی اعداد

$$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \ldots$$

کو مندرجہ ذیل عددی خط سے ظاہر کرسکتے ہیں ۔

شکل 2

عددی خط کھینچنے کے لیے

(i) کسی خط پر ایک نقطہ 'م' (مبدا) لیجیے اور اس کو صفر سے تعبیر کیجیے۔

(ii) خط پر کوئی نقطہ 'ل' لے کر $\overline{مل}$ (کی مقدار کو) فاصلہ کی اکائی تصور کیجیے۔

(iii) اب اس اکائی کے مطابق نقطہ 'م' سے نقطہ 'ل' کی طرف یعنی 'م' کے دائیں طرف برابر برابر فاصلوں پر نقاط لے کر اُن کے مطابق مثبت اعداد اور نقطہ 'م' کے بائیں طرف نقاط لے کر اُن کے مطابق منفی اعداد لکھیے۔ جیسا کہ شکل (2) میں دکھایا گیا ہے۔ شکل (2) میں 4+ اور 4− پر غور کیجیے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں اعداد کو ظاہر کرنے والے نقاط کا فاصلہ نقطہ 'م' سے برابر ہے جبکہ 4+ نقطہ 'م' سے دائیں طرف اور 4− نقطہ 'م' کے بائیں طرف ہے۔

ہم کہتے ہیں کہ 4+ اور 4− ایک دوسرے کے مخالف اعداد ہیں۔

اسی طرح 7− کا مخالف عدد 7+ ہے۔

مشق 1.1

1. مندرجہ ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

$$-2,\ -7,\ -1,\ +2,\ +5,\ 0,\ +1$$

2. مندرجہ ذیل اعداد کے مخالف اعداد لکھیے۔

$$-20,\ +11,\ -9,\ 0,\ +1,\ +15,\ -3$$

3. نفی اور منفی میں کیا فرق ہے۔

4. مندرجہ ذیل فقرے درست ہیں یا غلط۔

(i) صفر مثبت عدد ہے۔

(ii) صفر منفی عدد ہے۔

(iii) صفر نہ مثبت عدد ہے اور نہ منفی۔

(iv) عدد 6+، عدد 6− کا مخالف عدد ہے۔

(شکل 2 کی مدد سے)

(v) مثبت اعداد مبدا کے بائیں طرف واقع ہیں۔

(vi) 5− کو ظاہر کرنے والا نقطہ مبدا 'م' کے دائیں طرف واقع ہے ۔

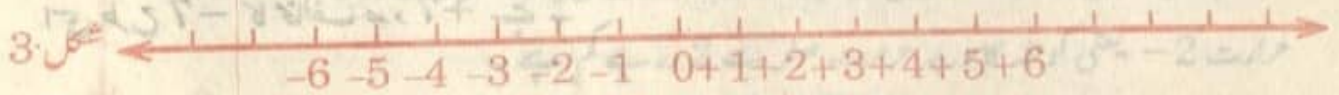
(vii) 3+ کو ظاہر کرنے والا نقطہ اور 3− کو ظاہر کرنے والا نقطہ مبدا 'م' سے برابر فاصلہ پر ہے ۔

سمتی اعداد کی ترتیب

نوٹ : ہم آسانی کی خاطر عددی خط پر نقاط کے مطابق سمتی اعداد کو صرف "اعداد" کہیں گے ۔

سمتی اعداد کو عددی خط کے ذریعہ ظاہر کرنے کا طریقہ ہم سیکھ چکے ہیں ۔ جیساکہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے ۔

شکل 3

−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 +1 +2 +3 +4 +5 +6

دو اعداد میں سے عددی خط پر دائیں طرف کا عدد بڑا ہوگا اور بائیں طرف کا عدد چھوٹا ہوگا ۔ ہم دیکھتے ہیں کہ

عدد 4+ عدد 5+ کے بائیں طرف واقع ہے اس لیے	$+4 < +5$
عدد 0 عدد 1+ کے بائیں طرف واقع ہے اس لیے	$0 < +1$
عدد 0 عدد 1− کے دائیں طرف واقع ہے اس لیے	$0 > -1$
عدد 6− عدد 7− کے دائیں طرف واقع ہے اس لیے	$-6 > -7$
عدد 2− عدد 2+ کے بائیں طرف واقع ہے اس لیے	$-2 < +2$
عدد 1− عدد 7− کے دائیں طرف واقع ہے اس لیے	$-1 > -7$
عدد 5− عدد 0 کے بائیں طرف واقع ہے اس لیے	$-5 < 0$

یاد رہے کہ

(i) صفر ہر مثبت عدد سے چھوٹا اور ہر منفی عدد سے بڑا ہے ۔

(ii) تمام مثبت اعداد صفر کے دائیں طرف اور تمام منفی اعداد صفر کے بائیں طرف واقع ہوتے ہیں ۔

نوٹ : علامت " < " چھوٹا ہونے کو ظاہر کرتی ہے جبکہ علامت " > " کا مطلب ہے بڑا ہے ۔

مشق 1.2

1. مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست اور کون سے غلط ہیں ؟

(i) $+10 > +5$ (ii) $-6 > -5$ (iii) $-7 < -3$

(iv) $0 < -2$ (v) $+3 > -3$ (vi) $0 > -10$

(vii) $-11 < -9$ (viii) $-13 < 0$ (ix) $-2 > -8$

(x) $-9 > +1$

2. مندرجہ ذیل میں سے کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط ؟

(i) $-9 = +9$ ، $-9 > +9$ ، $-9 < +9$

(ii) $-8 > -5$ ، $-8 = -5$ ، $-8 < -5$

(iii) $0 > -1$ ، $0 = -1$ ، $0 < -1$

3. ذیل میں دیے گئے اعداد کے جوڑوں کو بائیں سے دائیں پڑھتے ہوئے ہر جوڑے میں "$>$" یا "$<$" میں سے ایسی علامت لگائیں کہ درست فقرہ بن جائے ۔

(i) $0 , +1$ (ii) $0 , -1$ (iii) $+4 , +3$

(iv) $-6 , +6$ (v) $+7 , -11$ (vi) $+2 , -9$

(vii) $-1 , +1$ (viii) $+3 , -7$ (ix) $-9 , -1$

(x) $-1 , +1$

کسی عدد کا ایک گُنا ، دوگُنا ، تین گُنا ، چار گُنا وغیرہ اس عدد کے ضعف کہلاتے ہیں ضعف کی جمع اضعاف ہے ۔ مثلاً 3 کے اضعاف

3, 6, 9, 12, 15, ...

ہیں ۔ ہم جانتے ہیں کہ چند دیے ہوئے اعداد کا ذواضعاف اقل وُہ چھوٹے سے چھوٹا عدد ہوتا ہے جو ان اعداد میں سے ہر ایک پر پُورا پُورا تقسیم ہو جاتا ہے ، ہم پانچویں جماعت میں ذواضعاف اقل دیے ہوئے اعداد کے اضعاف لے کر اور بذریعہ تجزیی ذواضعاف اقل سیکھ چکے ہیں ، اب ہم اس کا اعادہ کرتے ہیں اور پھر ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کرنے کا طریقہ سیکھتے ہیں ۔

دیے ہوئے اعداد کے اضعاف لے کر ذواضعاف اقل معلوم کیجیے ۔

1. 2,6
2. 3,4
3. 4,6
4. 6,9
5. 4,8
6. 3,6,8
7. 4,6,8
8. 5,6,10

مفرد تجزیی بنا کر ذواضعاف اقل معلوم کیجیے ۔

9. 25,35
10. 50,75
11. 36,48
12. 96,128
13. 75,60,45
14. 90,54,72
15. 48,80,112
16. 90,120,225

2.1 ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم

مثال 1 12, 15, 36 کا ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

حل

وضاحت
دیے ہوئے اعداد کو ہم ایسے اجزائے ضربی پر تقسیم کرتے ہیں جو کم از کم دو اعداد پر پورا پورا تقسیم ہوسکے اور جو تقسیم نہ ہوسکے اُسے ویسے ہی لکھ دیا جاتا ہے ذواضعاف اقل تمام مقسوم اور باقی بچنے والے اعداد کی حاصل ضرب کے برابر ہے۔

2	12, 15, 36
2	6, 15, 18
3	3, 15, 9
	1, 5, 3

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3$
$= 180$

مثال 2 120, 36, 80, 45 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

2	120, 36, 80, 45
2	60, 18, 40, 45
2	30, 9, 20, 45
3	15, 9, 10, 45
3	5, 3, 10, 15
5	5, 1, 10, 5
	1, 1, 2, 1

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2$

$= 720$

مثال 3 ایک ٹوکری میں کم از کم کتنے آم ہوں کہ وہ 8 یا 10 یا 12 بچوں میں پُورے پُورے تقسیم ہو سکیں ۔

حل آموں کی مطلوبہ تعداد دریافت کرنے کے لیے ہم دیے ہوئے اعداد کا ذواضعاف اقل معلوم کریں گے ۔

2	8, 10, 12
2	4, 5, 6
	2, 5, 3

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3$

$= 120$

پس آموں کی مطلوبہ تعداد 120 ہے ۔

مشق 2.1

دیئے ہوئے اعداد کا ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے ۔

1. 84,96,132
2. 36,84,72
3. 84,126,105
4. 112,128,144
5. 90,270,144,72
6. 84,36,60,56
7. 175,490,525,735
8. 96,45,108,60
9. 1350,378,630,1485

.10 ایسا چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جو 84 اور 56 پر پُورا پُورا تقسیم ہو جائے ۔

.11 ایک رسّی 45 میٹر ، دوسری 27 میٹر اور تیسری 60 میٹر لمبی ہے ۔ بتائیے کم از کم کِتنے میٹر لمبی سڑک کو تینوں رسیوں میں سے کوئی بھی پُوری پُوری مرتبہ ماپ سکے ۔

12. سائیکل کے تین مختلف پُرزوں کی قیمت بالترتیب 20 روپے ، 30 روپے اور 15 روپے ہے ۔ بتائیے کم از کم کتنی رقم ہو کہ ہر ایک قیمت کے پُورے پُورے پُرزے خریدے جاسکیں ۔
13. ایک جہاز پر تین جلنے والے اور بُجھنے والے بلب ہیں ۔ جو بالترتیب 2 سیکنڈ ، 5 سیکنڈ اور 6 سیکنڈ کے وقفوں کے بعد جلتے اور بُجھتے ہیں ۔ ایک مرتبہ وُہ اکٹھے روشن ہوئے ۔ بتائیے کم از کم کتنے وقت کے بعد وہ دوبارہ اکٹھے روشن ہوں گے ۔
14. ایک گاؤں میں چار دکاندار ہیں جو بالترتیب 9 ,6 ,4 ,2 دنوں کے وقفے کے بعد خریداری کے لیے مارکیٹ جاتے ہیں ۔ اگر اُنھوں نے ایک ہی دن اکٹھی خریداری کی ہو تو بتائیے پھر کم از کم کتنے دنوں کے بعد اکٹھے خریداری کریں گے ۔
15. اناج کے ایک ڈھیر کو 80 کلوگرام ، 50 کلوگرام یا 60 کلوگرام کے وزن کی بوریوں میں بھرنا ہے ، بتائیے ڈھیر میں کم از کم کتنے کلوگرام اناج ہو کہ ہر قسم کی بوریاں پُوری پُوری بھری جاسکیں ۔
16. چار مختلف کتابوں کی قیمت بالترتیب 75 روپے ، 60 روپے ، 50 روپے اور 45 روپے ہے بتائیے ایک شخص کے پاس کم از کم کتنی رقم ہو کہ وہ ہر قسم کی ایک کتاب پُوری پُوری تعداد میں خرید سکے ۔
17. ایک باغ میں کم سے کم پودوں کی تعداد کیا ہوگی جسے 20، 25، 40 یا 50 پودوں میں برابر برابر تقسیم کریں تو کوئی پودا باقی نہ بچے ۔
18. ایک ڈبے میں کم از کم کتنے لڈو ہوں کہ وہ 8، 12 اور 16 بچوں میں پورے پورے تقسیم ہوسکیں ۔
19. وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد بتائیں جسے 10، 20 یا 35 سے تقسیم کریں تو ہر صورت میں 7 باقی بچے ۔

ہم پانچویں جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ دو یا دو سے زیادہ اعداد کے سب سے بڑے مشترک عاد (جزوِضربی) کو مشترک عادِ اعظم کہتے ہیں اور مشترک عادِ اعظم کو ہم مختصراً "عادِ اعظم" کہتے ہیں ۔ عادِ اعظم کی تعریف یوں بھی کی جاتی ہے ۔ "دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم وُہ بڑے سے بڑا عدد ہوتا ہے جو دیئے ہوئے اعداد کو پُورا پُورا تقسیم کر سکے"۔ پانچویں جماعت میں ہم عادِ اعظم بذریعہ اجزائے ضربی معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں ۔ اب ہم عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کرنے کا طریقہ سیکھیں گے ۔ پہلے پانچویں جماعت کے کام کا اعادہ بذریعہ مشق کریں گے ۔

مثال 144 اور 54 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے ۔

حل

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ (54 کی مفرد تجزی)

$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ (144 کی مفرد تجزی)

54 اور 144 کی مفرد تجزیوں میں
2,3,3 مشترک عاد ہیں ۔

عادِ اعظم $= 2 \times 3 \times 3$
$= 18$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ تجزی کے ذریعے 144 اور 54 کا عادِ اعظم 18 ہے ۔

اب ہم عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کرتے ہیں ۔

```
54 ) 144 ( 2
     108
     -----
     36 ) 54 ( 1
          36
          -----
  آخری مقسوم علیہ ← 18 ) 36 ( 2
                    36
                    ---
                     0
                    ---
```

18 = عادِ اعظم

ہم یہ دیکھتے ہیں کہ 144 اور 54 کا عادِ اعظم مفرد تجزی کے طریقے اور تقسیم کے طریقے سے ایک ہی آیا ہے۔

مندرجہ ذیل اعداد کی مفرد تجزیاں بنا کر عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

1. 64,28
2. 25,20
3. 24,36
4. 65,26
5. 84,96
6. 182,39
7. 45,27,18
8. 40,20,30
9. 70,28,42
10. 49,147,98
11. 84,98,126
12. 80,64,32

644 اور 532 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل

مشق 3.1

مندرجہ ذیل اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے ۔

1. 42, 175	2. 90, 462	3. 198, 154
4. 315, 280	5. 264, 252	6. 525, 990
7. 945, 396	8. 252, 270	9. 420, 200
10. 1470, 1925	11. 1521, 1287	12. 2860, 3322

3.2 دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم

تین اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنے کے لیے پہلے کوئی سے دو اعداد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے ۔ پھر اس عادِ اعظم اور تیسرے عدد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے ۔ اس طرح سے جو عادِ اعظم حاصل ہو گا وُہ تینوں اعداد کا مشترک عادِ اعظم

کہلائے گا ۔ اِسی طرح اگر چار اعداد کا عادِاعظم معلوم کرنا ہو تو پہلے تین اعداد کا عادِاعظم معلوم کیجیے پھر اس عادِاعظم اور چوتھے عدد کا عادِاعظم معلوم کیجیے ۔ یہ آخری عادِاعظم چار اعداد کا مشترک عادِاعظم کہلائے گا ۔

مندرجہ ذیل مثال تین اعداد کے عادِاعظم سے متعلق ہے

مثال 1 189, 357, 392 کا عادِاعظم معلوم کیجیے ۔

حل پہلے ہم 189 اور 357 کا عادِاعظم معلوم کرتے ہیں ۔

```
189 | 357 | 1
      189
      ----------
      168 | 189 | 1
            168
            ----------
             21 | 168 | 8
                  168
                  ---
                    0
```

189 اور 357 کا عادِاعظم 21 ہے

اب ہم 21 اور تیسرے عدد 392 کا عادِاعظم معلوم کرتے ہیں ۔

```
21 | 392 | 18
      21
     ---
     182
     168
     ---------
      14 | 21 | 1
           14
           ---------
            7 | 14 | 2
                14
                ---
                 0
```

21 اور 392 کا عادِ اعظم 7 ہے ۔

پس 189 ، 357 اور 392 کا عادِ اعظم 7 ہے ۔

مثال 2 216، 772، 468 اور 816 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے

حل کوئی سے چار اعداد کا عادِ اعظم درج ذیل طریقہ سے معلوم کیا جاسکتا ہے ۔ دی ہوئی مثال میں اعداد کے جوڑے بنائے ۔ ایک جوڑے میں 216، 772 کو رکھا ، اور دُوسرے میں 468 اور 816 کو رکھا ۔ اب ان دو جوڑوں کا علیٰحدہ علیٰحدہ عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں ۔

216 اور 772 کا عادِ اعظم

```
216 ) 772 ( 3
      648
      124 ) 216 ( 1
            124
             92 ) 124 ( 1
                   92
                   32 ) 92 ( 2
                        64
                        28 ) 32 ( 1
                             28
                              4 ) 28 ( 7
                                  28
                                   0
```

216 اور 772 کا عادِ اعظم 4 ہے ۔

اب ہم دُوسرے جوڑے یعنی 468 اور 816 کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں ۔

```
468 | 816 | 1
      468
      348 | 468 | 1
            348
            120 | 348 | 2
                  240
                  108 | 120 | 1
                        108
                        12 | 108 | 9
                             108
                               0
```

468 اور 816 کا عادِ اعظم 12 ہے ۔

اِن دو جوڑوں کا عادِ اعظم 4 اور 12 ہے ۔ اور 4 اور 12 کا عادِ اعظم 4 ہے ۔ پس دیے گئے چاروں اعداد کا عادِ اعظم 4 ہے ۔

مشق 3.2

مندرجہ ذیل اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے ۔

1. 24,20,18
2. 64,56,102
3. 135,297,189
4. 64,160,240
5. 66,210,108
6. 96,420,168
7. 180,120,252
8. 1540,700,600
9. 2772,1260,1800,1188
10. 1248,792,576,1320
11. 1050,1225,735,840
12. 2639,4147,2030,2552

3.3 عادِاعظم سے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1 دو برتنوں میں بالترتیب 45 لِٹر اور 175 لِٹر تیل ہے۔ زیادہ سے زیادہ کتنے لِٹر کے ڈبّے سے دونوں برتنوں کا تیل پُوری پُوری مرتبہ ماپا جاسکتا ہے۔

حل 45 اور 175 کا عادِاعظم اُس بڑے سے بڑے ڈبّے کی جسامت (لِٹروں میں) بتائے گا جو دونوں ڈبوں کے تیل کو پُوری پُوری مرتبہ ماپ لے گا۔

```
45 | 175 | 3
     135
     ----
      40 | 45 | 1
           40
           ---
            5 | 40 | 8
                40
                --
                 0
```

چونکہ عادِاعظم 5 ہے۔
اس لیے مطلوبہ ڈبا 5 لِٹر جسامت کا ہوگا۔

مثال 2 رسی کے تین ٹکڑوں کی لمبائیاں 1365 سم، 910 سم اور 1014 سم ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کو یکساں لمبائی کے ٹکڑوں میں تقسیم کرنا ہے۔ بتائیے ایک ٹکڑے کی زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی ہوسکتی ہے۔

حل

```
910 | 1365 | 1
       910
      -----
       455 | 910 | 2
             910
             ---
               0
```

```
455 | 1014 | 2
       910
      104 | 455 | 4
             416
             39 | 104 | 2
                   78
                   26 | 39 | 1
                        26
                        13 | 26 | 2
                             26
                              0
```

13 عادِ اعظم کا مطلب ہے کہ

رسی کے مطلوبہ ٹکڑے کی زیادہ سے زیادہ لمبائی 13 سم ہوگی ۔

مثال 3 ایسا بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں جس سے اگر 81 ، 161 اور 254 کو تقسیم کیا جائے تو بالترتیب 3 ، 5 اور 7 باقی بچیں ۔

حل ہم سب سے پہلے 81 ، 161 اور 254 میں سے بالترتیب 3 ، 5 اور 7 کو تفریق کریں گے اور اس طرح سے حاصل ہونے والے اعداد 78 ، 156 اور 247 کا عادِ اعظم نکالیں گے اور یہ مطلوبہ عدد بڑے سے بڑا عدد ہوگا ۔

```
78 | 156 | 2
      156
        0

78 | 247 | 3
      234
      13 | 78 | 6
           78
            0
```

پس 13 مطلوبہ عدد ہے ۔

مشق 3.3

1. اُس رسی کے ٹکڑے کی زیادہ سے زیادہ کتنی لمبائی ہو گی جو 84 سم اور 180 سم لمبی رسی کو پُورا پُورا ماپ سکے ۔
2. دو دوستوں کے پاس بالترتیب 495 روپے اور 390 روپے ہیں ۔ وہ ان رقموں کو حاجتمندوں میں تقسیم کرنا چاہتے ہیں ، وہ بڑی سے بڑی رقم معلوم کیجیے جو ہر ایک ضرورت مند کو دی جائے کہ دونوں کی رقم پوری پوری تقسیم ہو جائے ۔
3. ایسا بڑے سے بڑا وزن بتائیے جو 150 کلوگرام ، 175 کلوگرام اور 715 کلوگرام میں پوری پوری مرتبہ شامل ہو ۔
4. کتنی بڑی سے بڑی لمبائی کی چھڑی سے 405 میٹر ، 189 میٹر اور 429 میٹر کے فاصلوں کو پورا پورا ماپا جاسکتا ہے ۔
5. ایک شخص کے پاس 14212 کلوگرام اور دُوسرے کے پاس 32292 کلوگرام گندم ہے ۔ وہ گندم کو ایک قحط زدہ علاقے کے لوگوں میں تقسیم کرنا چاہتے ہیں ۔ بتائیے وہ زیادہ سے زیادہ کتنے کلوگرام گندم فی کس تقسیم کریں کہ دونوں کی گندم پورے پورے افراد میں تقسیم ہو جائے ۔
6. ایک شخص کے پاس 1155 سُرخ ، 1575 نیلی اور 3150 سبز رنگ کی پنسلیں ہیں۔ وُہ ان پنسلوں کے بنڈل بنانا چاہتا ہے ، تاکہ مختلف رنگوں کی پنسلیں بھی الگ الگ رہیں اور بنڈل بھی پُورے پُورے بن جائیں ۔ بتائیے ایک بنڈل میں زیادہ سے زیادہ کتنی پنسلیں ہوں گی ۔ یہ بھی بتائیے کہ سُرخ رنگ کے کتنے بنڈل بنیں گے ۔
7. وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں جس سے اگر 51 ، 73 اور 85 کو تقسیم کریں تو باقی بالترتیب 1 ، 3 اور 5 بچے ۔
8. وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں ۔ جس سے اگر 80 ، 100 اور 120 کو تقسیم کیا جائے تو باقی بالترتیب 4 ، 5 اور 6 بچیں ۔

3.4 دو اعداد کے عادِ اعظم اور ذواضعاف اقل کا باہمی تعلق

دو اعداد کے عادِ اعظم اور ذواضعاف اقل کا باہمی تعلق درج ذیل مثالوں سے واضح کیا گیا ہے ۔

مثال 1 ہم 90 اور 150 کا عاداعظم اور ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزی معلوم کرتے ہیں۔

حل

(90 کی مفرد تجزی) $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

(150 کی مفرد تجزی) $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$

90 اور 150 کا عاداعظم اور ذواضعاف اس طرح ہوگا

(مشترک جزو ضربی لیے) عاداعظم $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

ذواضعاف اقل $= 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 450$

اعداد کا حاصل ضرب $= 150 \times 90$

$= 13500$

عاداعظم × ذواضعاف اقل $= 450 \times 30$

$= 13500$

پس ثابت ہوا کہ

عاداعظم × ذواضعاف اقل = اعداد کا حاصل ضرب

پس اگر دو اعداد ، ان کے عاداعظم اور ذواضعاف اقل میں سے کوئی سے تین معلوم ہوں تو چوتھا مندرجہ ذیل کلیات سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

ذواضعاف اقل = اعداد کا حاصلِ ضرب ÷ عادِاعظم

عادِاعظم = اعداد کا حاصلِ ضرب ÷ ذواضعاف اقل

پہلا عدد = (عادِاعظم × ذواضعاف اقل) ÷ دوسرا عدد

دوسرا عدد = (عاداعظم × ذواضعاف اقل) ÷ پہلا عدد

مثال 2 دو اعداد کا عادِاعظم 12 اور ذواضعاف اقل 180 ہے۔ اعداد کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

حل

عادِاعظم = 12

ذواضعاف اقل = 180

عادِاعظم × ذواضعاف اقل = اعداد کا حاصلِ ضرب

$= 180 \times 12$

$= 2160$

مثال 3 دو اعداد کا حاصلِ ضرب 69300 ہے۔ اگر ان اعداد کا عادِاعظم 30 ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل

اعداد کا حاصلِ ضرب = 69300

عادِاعظم = 30

ذواضعاف اقل = اعداد کا حاصلِ ضرب ÷ عادِاعظم

$= \frac{69300}{30}$

$= 2310$

مثال 4 دو اعداد کا عادِاعظم 35 اور ذواضعاف اقل 7350 ہے۔ اگر اُن میں سے ایک عدد 490 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے۔

حل

عادِاعظم = 35

ذواضعاف اقل = 7350

پہلا عدد = 490

$$\text{دوسرا عدد} = \frac{\text{عادِ اعظم} \times \text{ذواضعاف اقل}}{\text{پہلا عدد}}$$

$$= \frac{7350 \times 35}{490}$$

$$= 525$$

مشق 3.4

1. دو اعداد کا عادِ اعظم 11 اور ذواضعاف اقل 220 ہے ۔ اُن اعداد کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے ۔
2. دو اعداد کا عادِ اعظم 13 اور ذواضعاف اقل 390 ہے ۔ اُن اعداد کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے ۔
3. دو اعداد کا حاصلِ ضرب 7875 ہے ۔ اگر اُن اعداد کا عادِ اعظم 15 ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے ۔
4. دو اعداد کا حاصلِ ضرب 3000 ہے ۔ اگر اُن کا ذواضعاف اقل 300 ہو تو عادِ اعظم معلوم کیجیے ۔
5. دو اعداد کا حاصلِ ضرب 4480 ہے ۔ اگر اُن کا عادِ اعظم 8 ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے ۔
6. دو اعداد کا حاصلِ ضرب 13860 ہے ۔ اگر اُن کا ذواضعاف اقل 2310 ہو تو اُن کا عادِ اعظم معلوم کیجیے ۔
7. دو اعداد کا عادِ اعظم 6 اور ذواضعاف اقل 3960 ہے ۔ اگر اُن میں سے ایک عدد 120 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے ۔
8. دو اعداد کا عادِ اعظم 6 اور ذواضعاف اقل 1530 ہے ۔ اگر اُن میں سے ایک عدد 102 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے ۔

پچھلی جماعتوں میں ہم خطوط وحدانی کا استعمال سیکھ چکے ہیں ۔ مندرجہ ذیل چار قِسم کے خطوط وحدانی استعمال ہوتے ہیں ۔

(i) قطعہ خط ——

(ii) چھوٹے خطوط وحدانی ( )

(iii) درمیانے خطوط وحدانی { }

(iv) بڑے خطوط وحدانی [ ]

بعض اوقات ایک ہی سوال میں ایک سے زیادہ خطوط وحدانی استعمال کیے جاتے ہیں ۔ اُس صُورت میں اُن کے اندر دی گئی رقوم کو حل کرنے کا عمل اُسی ترتیب میں کیا جاتا ہے ، جس ترتیب میں اُوپر خطوط وحدانی کی اقسام کا ذکر کیا گیا ہے ۔

چند مثالوں کی مدد سے خطوط وحدانی کے استعمال کی وضاحت کی جاتی ہے ۔

مثال 1 حل کیجیے :

$$[\,3.28 - \{\,9.6 - (\,3.12 + 4.00\,)\,\}\,]$$

حل

$$[\,3.28 - \{\,9.6 - (\,3.12 + 4.00\,)\,\}\,]$$

$$=[3.28 - \{\,9.6 - 7.12\,\}\,]$$

$$=[3.28 - \{\,2.48\,\}\,]$$

$$=[3.28 - 2.48\,]$$

$$= 0.80$$

مثال 2 حل کیجیے :

$$4\frac{2}{3} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{2\frac{1}{2} + \left(3\frac{1}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]$$

حل

$$4\frac{2}{3} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{2\frac{1}{2} + \left(3\frac{1}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{6}}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{5}{2} + \left(\frac{16}{5} \times \overline{\frac{25}{6} - \frac{7}{6}}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{5}{2} + \left(\frac{16}{5} \times \frac{25-7}{6}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{5}{2} + \left(\frac{16}{5} \times \frac{18}{6}\right)\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{5}{2} + \frac{48}{5}\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{25+96}{10}\right\}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \div \frac{121}{10}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \left[\frac{77}{8} \times \frac{10}{121}\right]$$

$$= \frac{14}{3} \div \frac{35}{44}$$

$$= \frac{14}{3} \times \frac{44}{35}$$

$$= \frac{88}{15}$$

$$= 5\frac{13}{15}$$

مثال 3. حل کیجیے :

$$\frac{\frac{9}{4} \div \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}\right)}{3 + \frac{2}{5} \times \frac{7}{9}}$$

حل

$$= \frac{\frac{9}{4} \div \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{8}\right)}{3 + \frac{2}{5} \times \frac{7}{9}}$$

$$= \frac{\frac{9}{4} \div \left(\frac{28 - 5}{8}\right)}{3 + \frac{14}{45}}$$

$$= \frac{\frac{9}{4} \div \frac{23}{8}}{\frac{135 + 14}{45}}$$

$$= \frac{\frac{9}{4} \times \frac{8}{23}}{\frac{149}{45}}$$

$$= \frac{\frac{18}{23}}{\frac{149}{45}}$$

$$= \frac{18}{23} \times \frac{45}{149} = \frac{810}{3427}$$

مشق 4

مختصر کیجیے :

1- $\frac{1}{3} + \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{15}\right)$

2. $2\frac{3}{10} + \frac{6}{5} - \left(1\frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{4}{5}\right)$

3. $2\frac{5}{6} - \left\{\frac{5}{8} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16}\right)\right\}$

4. $7 - \left\{2\frac{3}{7} + \left(1\frac{1}{14} \div \frac{5}{7}\right)\right\}$

5. $4 - \left[\frac{13}{60} \div \left\{3 - \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)\right\}\right]$

6. $1\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{2} + \left(2\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}\right)\right\}$

7. $2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{6} \times \left\{\frac{5}{12} \div \left(\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2}\right)\right\}$

8. $7\frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} \div \left\{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{6}\right\}\right]$

9. $2\frac{3}{4} \div \left[\frac{4}{5} \times \left\{\frac{3}{8} + \left(\frac{7}{16} - \frac{3}{8}\right\}\right]$

10. $1\frac{3}{4} \times \left\{2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{8} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \div 2\frac{1}{3}\right)\right\}$

11. $1.2 + (3.4 - 2.2)$

12. $1.9 - \{.5 + (1.02 + .35)\}$

13. $7.5 + 1.6 \times \{.3 \div (1.2 + 2.4)\}$

14. $1.35 \times \{2.4 + 1.2\,(1.3 \times 5 \div .25)\}$

15. $1.56 \div [.2 \times \{(1.5 - 1.3) + 1.2\} - .07]$

16. $2.25 + [1.35 \div \{(.7 - .5) \times 1.5\}]$

17. $2\frac{3}{4} \div \left\{\frac{4}{5} + 1\frac{3}{5} - \left(\frac{2}{4} \times \frac{5}{3} + \frac{2}{3}\right)\right\}$

18. $20.5 - \{8.2 + 6.9 \times (5.5 \div \overline{3.2 + 1.3})\}$

19. $15.06 - 3.05 + [14.4 \div \{2.4 - (1.6 \times \overline{0.2 + 0.2})\}]$

20. $3\frac{1}{4} \div \left[4\frac{1}{2} + \left\{1\frac{3}{4} \div \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}\right)\right\}\right]$

5 کسورِ عام و کسورِ اعشاریہ

پچھلی جماعتوں میں ہم کسور کے متعلق پڑھ چکے ہیں ۔ ہم کسور کی جمع ، تفریق ، ضرب اور تقسیم کے ابتدائی قاعدوں سے واقف ہیں ۔ کسرِ اعشاریہ کو کسرِ عام میں تحویل کرنے کا طریقہ ہم پانچویں جماعت میں سیکھ چکے ہیں ۔ اس کے اعادہ کے لیے مندرجہ ذیل مشق حل کیجیے ۔

مشق (اعادہ)

1. مندرجہ ذیل کسورِ اعشاریہ کو کسورِ عام میں تبدیل کیجیے ۔

(i) .23 (ii) 4.009 (iii) 20.0407 (iv) 13.7531 (v) 26.317

2. مندرجہ ذیل کسورِ اعشاریہ کو کسورِ عام میں تبدیل کرکے مختصر ترین صورت میں لکھیے ۔

(i) 2.4 (ii) 3.08 (iii) .006 (iv) 30.36 (v) 12.24

5.1 کسرِ عام کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنا

کسرِ عام کی کسرِ اعشاریہ میں تحویل کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے ۔

مثال 1 $\frac{15}{4}$ کو کسرِ اعشاریہ میں تحویل کیجیے ۔

حل

10 دسویں = 1 اکائی
30 دسویں = 3 اکائیاں
10 سوویں = 1 دسواں

$$\frac{15}{4} = 15 \div 4$$

$$= 3.75$$

وضاحت

15 کو 4 پر تقسیم کرنے پر 3 اکائیاں خارج قسمت میں حاصل ہوتی ہیں اور 3 ہی اکائیاں باقی بچ جاتی ہیں ۔ باقی 3 اکائیوں کو 10 سے ضرب دینے سے 30 دسویں حاصل ہوتے ہیں ۔ 30 دسووں کو 4 سے تقسیم کرنے پر 7 دسویں خارج قسمت میں حاصل ہوئے اور 2 دسویں باقی بچ گئے ۔ ان 2 دسووں کو 10 سے ضرب دے کر 20 سوویں حاصل ہوئے ۔ 20 سووں کو 4 پر تقسیم کیا تو 5 سوویں حاصل ہوئے خارج قسمت میں 3 اکائیاں 7 دسویں اور 5 سوویں حاصل ہوئے ۔ اِس طرح حاصل قسمت 3.75 حاصل ہُوا ۔

نوٹ بعض کسورِ عام پورے طور پر کسورِ اعشاریہ میں تبدیل نہیں ہوسکتیں ۔ انہیں چند مراتب اعشاریہ تک کسورِ اعشاریہ میں تبدیل کیا جاتا ہے ۔

مثال 2 $7\frac{9}{11}$ کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کیجیے ۔ جواب تین مراتب اعشاریہ تک نکالیے ۔

حل پہلا طریقہ

```
      .818
11 | 9.000
     88
     ---
      20
      11
     ---
      90
      88
     ---
       2
```

$$7\frac{9}{11} = 7 + \frac{9}{11}$$

$$= 7 + .818$$

$$= 7.818$$

دوسرا طریقہ

$$\begin{array}{r|l} & 7.818 \\ 11 & 86.000 \\ & 77 \\ \hline & 90 \\ & 88 \\ \hline & 20 \\ & 11 \\ \hline & 90 \\ & 88 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$7\frac{9}{11} = \frac{86}{11} = 86 \div 11 = 7.818$$

مثال 3 $2\frac{2}{3}$ کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔ جواب تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r|l} & 2.666 \\ 3 & 8.000 \\ & 6 \\ \hline & 20 \\ & 18 \\ \hline & 20 \\ & 18 \\ \hline & 20 \\ & 18 \\ \hline & 2 \end{array}$$

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 8 \div 3 = 2.667$$

نوٹ چونکہ باقی 2 مقسوم علیہ 3 کے نصف سے زیادہ ہے اس لیے خارج قسمت کے انتہائی دائیں جانب کے ہندسہ 6 کی بجائے 7 لکھا جائے گا۔

مندرجہ ذیل کسورِ عام کو کسورِ اعشاریہ میں تبدیل کیجیے ۔

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{3}{5}$ 5. $\frac{5}{4}$ 6. $\frac{2}{5}$

7. $\frac{9}{20}$ 8. $\frac{7}{16}$ 9. $\frac{34}{5}$ 10. $\frac{45}{16}$ 11. $\frac{345}{12}$ 12. $\frac{377}{8}$

مندرجہ ذیل کسورِ عام کو کسورِ اعشاریہ میں تبدیل کیجیے اور جواب تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کیجیے ۔

13. $\frac{4}{7}$ 14. $\frac{12}{13}$ 15. $\frac{5}{7}$ 16. $\frac{7}{11}$

17. $17\frac{11}{13}$ 18. $\frac{5}{17}$ 19. $\frac{17}{11}$ 20. $4\frac{7}{13}$

21. $20\frac{2}{3}$ 22. $31\frac{3}{7}$ 23. $19\frac{17}{19}$ 24. $37\frac{37}{39}$

5.2 کسور سے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1 ماجد کے پاس 880 روپے تھے ۔ اُس نے اس رقم کا .75 حصہ اپنے بڑے بھائی خالد کو دیا ۔ ماجد کے پاس جو رقم باقی بچی ، اُس رقم کا .8 حصہ اپنی بہن ثمینہ کو دیا ۔ بتائیے اب ماجد کے پاس کتنی رقم ہے ۔

حل

ماجد کے پاس کل رقم = 880 روپے

خالد کو جتنی رقم ملی = 880 × .75 روپے

= 660 روپے

باقی رقم = 880 - 660

باقی رقم = 220 روپے

ثمینہ کو جتنی رقم ملی = 220×0.8 روپے

= 176 روپے

ماجد کے پاس جو رقم باقی بچی = $220 - 176$

= 44 روپے

مثال 2 ایک شخص نے اپنی کُل جائیداد کا $\frac{2}{7}$ حصہ ایک سکول کو دے دیا ۔ باقی جو جائیداد بچی اُس کا $\frac{1}{7}$ اپنے بھائی کو دے دیا ۔ جائیداد کی کُل مالیت 2940 روپے ہے ۔ بتائیے اب اُس کے پاس کتنی مالیت کی جائیداد باقی بچی ۔

حل

جائیداد کی کل مالیت = 2940 روپے

سکول کا حصہ = $2940 \times \frac{2}{7}$

= 840 روپے

باقی جائیداد کی مالیت = $2940 - 840$

= 2100 روپے

بھائی کا حصہ = $2100 \times \frac{1}{7}$

= 300 روپے

جتنی مالیت کی جائیداد باقی بچی = $2100 - 300$

= 1800 روپے

مشق 5.2

.1 ایک بانس 20 میٹر لمبا ہے ، اُس کا $\frac{2}{5}$ حصہ مٹی کے اندر دبا دیا گیا ہے ۔ بتائیے بانس کتنا مٹی کے اندر اور کتنا مٹی سے باہر ہے ۔

.2 علی اصغر کی عُمر اپنے بڑے بھائی علی اکبر کی عُمر کا $\frac{3}{4}$ ہے ۔ اگر علی اکبر کی عمر 48 سال ہو تو علی اصغر کی عمر بتائیے ۔

.3 ایک شخص 5376 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا ۔ اُس کی جائیداد کا $\frac{1}{8}$ حصہ اُس کی بیوی کو مِلا ۔ اُس کا ایک بیٹا اور ایک بیٹی تھی ۔ باقی جائیداد بیٹا اور بیٹی میں تقسیم کر دی گئی ۔ اگر بیٹے کو بیٹی سے دُگنا حصہ ملا ہو تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے ۔

.4 ایک برتن میں 51 لٹر دُودھ تھا ۔ ہر بچّے کو $\frac{3}{7}$ لٹر دُودھ دینے کا فیصلہ کیا گیا ۔ جب 21 بچّوں نے دُودھ پی لیا تو دُودھ کی مقدار زیادہ کر کے $\frac{2}{3}$ لٹر دُودھ فی بچّہ کر دیا گیا ۔ دُودھ پورا پورا تقسیم ہو گیا ۔ بچوں کی کُل تعداد بتائیے ۔

.5 ایک شخص 14400 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا ۔ اُس کی جائیداد کا $\frac{1}{8}$ حصہ اُس کی بیوی کو مِلا ۔ جائیداد کا $\frac{1}{6}$ حصہ اُس کے باپ کو مِلا ۔ باقی رقم اُس کے بیٹے کو دے دی گئی ۔ بیوی ، باپ اور بیٹے کے حصہ کی رقم معلوم کیجیے ۔

.6 امجد کے پاس 11025 روپے کی رقم تھی ۔ اُس نے اُس رقم کا $\frac{5}{9}$ حصہ ایک کاروبار میں لگا دیا ۔ باقی رقم کا $\frac{1}{8}$ حصہ اپنے ایک دوست کو اُدھار دے دیا ۔ بتائیے دوست کو اُدھار دینے کے بعد اُس کے پاس کتنی رقم باقی بچی ۔

.7 ارشد نے ایک کاپی ، ایک کتاب ، ایک جیومیٹری بکس اور ایک پین علی الترتیب $8\frac{3}{4}$, 4.15 ، 12.25 اور $6\frac{1}{2}$ روپے میں خریدے ۔ بتائیے ارشد نے کُل کتنے روپے خرچ کیے ۔

.8 ایک رومال کی قیمت 18.50 روپے ہے ۔ 370 روپے میں ایسے کتنے رومال آئیں گے نیز ایک درجن رومال کی قیمت کیا ہوگی ۔

.9 ایک گاؤں کی آبادی کا 03. حصہ ملازمت پیشہ ، 08. حصہ تجارت پیشہ ، 5. حصہ مزدور پیشہ ہے ، اگر گاؤں کی کُل آبادی 4000 افراد پر مشتمل ہو تو بتائیے کتنے لوگ کھیتی باڑی کرتے ہیں ۔

6 اکائی کا قاعدہ

پانچویں جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ کاروبار میں ایک چیز کی قیمت بتائی جاتی ہے اور اس سے چیزوں کی مختلف تعداد کی قیمت معلوم کر لی جاتی ہے ۔ اور بعض اوقات ایسا بھی ہوتا ہے کہ بجائے ایک چیز کی قیمت کے زیادہ چیزوں کی قیمت بتا دی جاتی ہے ۔ ایسی صورت میں ہم ایک چیز کی قیمت معلوم کر لیتے ہیں اور پھر جتنی چیزوں کی ضرورت ہوتی ہے اُن کی قیمت معلوم کر لیتے ہیں اس طریقہ کو جس میں ایک چیز کی قیمت معلوم کر کے دی ہوئی تعداد کی قیمت معلوم کی جاتی ہے ، اکائی کا قاعدہ کہلاتا ہے ۔ یہاں اعادہ کے طور پر دی گئی مشق حل کیجیے ۔

مشق (اعادہ)

1. ایک کرایہ دار 3 ماہ کا کرایہ 1230 روپے ادا کرتا ہے ۔ بتائیے وُہ ایک سال میں کتنا کرایہ ادا کرے گا ۔
2. ایک گاڑی کی رفتار 60 کلومیٹر فی گھنٹا ہے ۔ بتائیے وہ 40 منٹ میں کتنا فاصلہ طے کرے گی ۔
3. $\frac{3}{4}$ کلوگرام چینی کی قیمت 6 روپے ہے ۔ $15\frac{1}{2}$ کلوگرام چینی کی قیمت معلوم کیجیے ۔
4. ایک کتاب کا $\frac{5}{7}$ حصہ پڑھنے سے ہم اُس کتاب کے صفحہ نمبر 210 پر پہنچ جاتے ہیں ۔ بتائیے اُس کتاب کے کُل کتنے صفحے ہیں ۔
5. 3 قمیضوں کی قیمت 54.75 روپے ہے ۔ شبنم نے 5 قمیضیں خریدیں ۔ بتائیے اُسے کتنی رقم ادا کرنا پڑی ۔
6. ایک موٹر کار اوسطاً 3 لٹر پٹرول میں 48 کلومیٹر چلتی ہے ۔ 144 کلومیٹر کے سفر پر روانہ ہونے کے لیے کم از کم کتنے لٹر پٹرول لینا چاہیے ۔
7. ایک قسم کے کپڑے کی کُل قیمت 320 روپے ہے اور دوسری قسم کے اُتنے ہی لمبے کپڑے کی قیمت

880 روپے ہے ۔ اگر پہلی قِسم کے کپڑے کا بھاؤ 8 روپے فی میٹر ہو تو دوسری قِسم کے کپڑے کا بھاؤ معلوم کیجیے ۔

.8 $2\frac{1}{4}$ میٹر کپڑے کی قیمت 18 روپے ہے۔ $64\frac{1}{2}$ میٹر کپڑے کی قیمت معلوم کیجیے اور بتائیے کہ 500 روپے میں کتنے میٹر کپڑا خریدا جاسکتا ہے ؟

.9 ایک جائیداد کے $\frac{2}{3}$ حصہ کی قیمت 1432 روپے ہے ۔ تو اُس جائیداد کے $\frac{3}{4}$ حصہ کی کیا قیمت ہوگی ۔

اکائی کے قاعدہ کے متعلق مزید مثالیں

مثال 1 8 آدمیوں کے لیے 10 دن کی خوراک موجود ہے ۔ وہی خوراک 20 آدمیوں کے لیے کتنے دن کام آسکتی ہے ؟

حل

8 آدمیوں کے لیے جتنے دن کی خوراک موجود ہے = 10 دن

(آدمی کم، راشن زیادہ)

1 آدمی کے لیے وہی خوراک جتنے دن کے لیے کافی ہوگی = 8 × 10 دن

20 آدمیوں کے لیے وہی خوراک جتنے دن کے لیے کافی ہوگی = $\frac{10 \times 8}{20}$ دن

= 4 دن

مثال 2 ایک ہوسٹل میں 180 طلبہ کے لیے 30 دن کا راشن موجود تھا ۔ کُچھ اور طلبہ کے آنے کی وجہ سے وہی راشن 27 دنوں میں ختم ہوگیا ۔ بعد میں آنے والے طلبہ کی تعداد معلُوم کیجیے ۔

حل

30 دن کے راشن کے لیے طلبہ کی تعداد = 180

1 دن کے راشن کے لیے طلبہ کی تعداد = 180 × 30

(دن کم ، طلبہ زیادہ)

27 دن کے راشن کے لیے طلبہ کی تعداد = $\frac{180 \times 30}{27}$

= 200

بعد میں آنے والے طلبہ کی تعداد = 200 - 180

= 20

مشق 6.1

1. ایک شخص 60 کلومیٹر روزانہ سفر کر کے اپنا سفر 75 دن میں مکمل کر لیتا ہے ۔ بتائیے 45 کلومیٹر روزانہ چلنے سے وہ منزلِ مقصود پر کتنے عرصہ کے بعد پہنچ جائے گا ؟
2. اگر کسی کام کو 30 آدمی 26 دن میں مکمل کر سکتے ہیں تو بتائیے اُسی کام کو 39 آدمی کتنے دنوں میں مکمل کر لیں گے ؟
3. 1200 آدمیوں کے پاس 75 دن کی خوراک موجود ہے ۔ اگر 700 آدمی چلے جائیں تو بتائیے وہی خوراک اب باقی آدمیوں کے لیے کتنے دنوں کے لیے کافی ہوگی ؟
4. 132 آدمی سڑک کا ایک ٹکڑا 19 دن میں تیار کر سکتے ہیں ۔ بتائیے کتنے آدمی اور لگا دیے جائیں کہ وہی ٹکڑا 12 دن میں تیار ہو جائے ؟
5. ایک قلعہ میں 300 آدمیوں کے لیے 25 دن کی خوراک موجود ہے ۔ 200 آدمی اور آ گئے ۔ بتائیے اب یہ خوراک کتنا عرصہ چلے گی ؟
6. ایک آدمی نے 1500 روپے کاروبار میں لگائے اور 8 ماہ میں کُچھ نفع کمایا ۔ بتائیے اُتنا ہی نفع 1200 روپے لگا کر کتنے عرصہ میں کما لے گا ؟
7. 700 مہاجرین کے ایک کیمپ میں 9 ہفتوں کی خوراک موجود تھی ۔ لیکن کُچھ مہاجر اور آ گئے اور وہ خوراک $3\frac{1}{2}$ ہفتوں میں ہی ختم ہو گئی ۔ بتائیے کتنے مہاجر اور آ گئے تھے ؟
8. ایک فوجی کیمپ میں 600 جوانوں کے لیے 22 دن کا راشن موجود تھا ۔ 10 دن کے بعد 200 جوان اور آ گئے ۔ بتائیے اب بقایا راشن کتنے دن چلے گا ؟
9. اگر چاولوں کا بھاؤ 6.30 روپے فی کلوگرام ہو تو کُچھ رقم میں 20 آدمی گزارہ کر سکتے ہیں ۔ بتائیے اگر چاولوں کا بھاؤ 7 روپے فی کلوگرام ہو جائے تو اتنی ہی رقم میں کتنے آدمی گزارہ کر سکیں گے ؟
10. 14 کلومیٹر فی گھنٹا کی رفتار سے ایک فاصلہ 10 گھنٹوں میں طے ہُوا ۔ فی گھنٹا رفتار کتنی ہو کہ یہی فاصلہ 7 گھنٹے میں طے ہو جائے ۔
11. ایک مال گاڑی 40 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل کر 2 گھنٹے 15 منٹ میں منزل مقصود پر پہنچ گئی ۔ اگر وہ 24 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی تو وہی مسافت کتنے وقت میں طے کر لیتی ؟

7.1 نسبت : ہم جانتے ہیں کہ روزمرّہ زندگی میں ہمیں ایک جیسی چیزوں یا مقداروں کا مقابلہ کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے ۔ آئیے ہم مقداروں کا آپس میں مقابلہ کرنا سیکھیں ۔ فرض کیجیے انور کے پاس 12 روپے ہیں اور انور کے بھائی کے پاس 4 روپے ہیں ۔ ہم ان دونوں رقموں کا مقابلہ کرتے ہیں ۔ مقابلہ کرنے کا ایک طریقہ تو یہ ہے کہ ہم یہ دیکھ لیں کہ انور کے پاس اپنے بھائی سے 8 = 4−12 روپے زیادہ ہیں ۔ یہ مقابلہ ہم نے تفریق کے ذریعے سے کیا ہے ۔اس لیے اسے مقابلہ بذریعہ تفریق کہتے ہیں ۔
مقابلہ کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے ، جس کے ذریعے ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ انور کے پاس اپنے بھائی کی رقم کا کتنے گنا یا کون سا حصہ ہے ۔ ہم بتا سکتے ہیں کہ
انور کے پاس اپنے بھائی سے

تین گنا رقم ہے ۔ اسے ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ بھائی کی رقم انور کی رقم کا $\left(\frac{12}{4} = 3\right)$

ایک تہائی ہے ۔ اسے مقابلہ بذریعہ تقسیم کہتے ہیں اور اسے نسبت قائم کرنا $\left(\frac{4}{12} = \frac{1}{3}\right)$

بھی کہتے ہیں۔ انور کو بھائی کے ایک روپے کے مقابلہ میں 3 روپے مِلے یا 3 روپے مقابلہ 1 روپیہ نسبت کو علامت ':' سے ظاہر کرتے ہیں ۔ چنانچہ انور اور اُس کے بھائی کی رقموں کو 3:1 لکھا جائے گا ۔ جبکہ اسے 3 نسبت 1 پڑھا جائیگا ۔

مثال 1 ایک کمرے کی لمبائی 15 میٹر اور چوڑائی 10 میٹر ہے ۔ دونوں مقداروں کے درمیان نسبت معلوم کیجیے ۔

حل

$$\frac{\text{کمرے کی لمبائی}}{\text{کمرے کی چوڑائی}}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{3}{2}$$

یعنی کمرے کی لمبائی اور چوڑائی میں 3 اور 2 کی نسبت ہے ۔ جسے ہم علامت کے ذریعے بھی لکھتے ہیں ۔

یا 3 : 2

نوٹ (i) نسبت ہمیشہ ایک جیسی چیزوں یا مقداروں میں ہی ہو سکتی ہے ۔ مختلف قسم کی چیزوں یا مقداروں میں نسبت قائم نہیں ہو سکتی ۔

(ii) نسبت کے دو ارکان ہوتے ہیں ۔
6:7 کے ارکان 6 اور 7 ہیں جن میں سے پہلا رکن 6 اور دوسرا رکن 7 ہے یاد رہے کہ 6:7 اور 7:6 دو مختلف نسبتیں ہیں ۔
اس لیے نسبت کے ارکان کی ترتیب نہایت اہم ہے ۔
تمام نسبتی بیانات میں عبارت کو بائیں سے دائیں ہی پڑھیں گے ۔

(iii) نسبت سے یہ معلوم کیا جاتا ہے کہ ایک مقدار دوسری کا کتنے گنا ہے ۔ یا اُس کی کون سی کسر ہے ۔ اس لیے دو مقداروں کی نسبت کے ساتھ کوئی اکائی وغیرہ نہیں لکھی جاتی ۔

(iv) کسی نسبت کے پہلے اور دوسرے رکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے کی صورت میں نسبت میں فرق نہیں پڑتا ۔ مثلاً

4:12 = 1:3 (4:12 کے پہلے اور دوسرے رکن کو 4 پر تقسیم کیا گیا ہے)

اسے نسبتوں کو مختصر کرنے کا اصول کہتے ہیں ۔

اسی طرح

3:2 = 6:4 (3:2 کے پہلے اُور دُوسرے رُکن کو 2 سے ضرب دی گئی ہے)

اس سے یہ مراد ہے کہ 3 کو 2 سے وہی نسبت ہے جو 6 کو 4 سے ۔

مثال 2 کاشف کے پاس 15 روپے ہیں اور طارق کے پاس 13 روپے اُن کی رقموں میں کیا نسبت ہے ۔

کاشف کے پاس رقم = 15 روپے

طارق کے پاس رقم = 13 روپے

کاشف کی رقم : طارق کی رقم

15 : 13

پس کاشف اور طارق کی رقموں میں 15:13 کی نسبت ہے ۔

مثال 3 28:21 کو مختصر کیجیے ۔

حل

28 : 21

= 4 : 3 (مشترک عاد 7 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 4 آصف کے پاس 20 روپے اور عارف کے پاس 15 روپے ہیں ۔ اُن کی رقموں میں کیا نسبت ہے ۔

آصف کی رقم = 20 روپے

عارف کی رقم = 15 روپے

آصف کی رقم : عارف کی رقم

20 : 15

= 4 : 3 (مشترک عاد 5 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 5 2 روپے 80 پیسے نسبت 1 روپیہ 82 پیسے کو مختصر کیجیے ۔

حل دونوں رقموں کو پیسوں میں تبدیل کیجیے ۔

2 روپے 80 پیسے = 280 پیسے

1 روپے 82 پیسے = 182 پیسے

280 : 182 = 140 : 91 (2 پر تقسیم کرنے سے)

= 20 : 13 (7 پر تقسیم کرنے سے)

مثال 6 $4\frac{1}{6} : 3\frac{3}{4}$ کو مختصر کیجیے ۔

حل

نسبت کے دونوں ارکان کے شمار کنندوں کو 6 ، 4 کے ذواضعاف اقل 12 سے ضرب دی

$$3\frac{3}{4} : 4\frac{1}{6} = \frac{15}{4} : \frac{25}{6}$$

$$= \frac{15 \times 12}{4} : \frac{25 \times 12}{6}$$

$$= 45 : 50$$

$$= 9 : 10$$

مشق 7.1

مندرجہ ذیل نسبتوں کو مختصر کیجیے :

1. $84 : 105$ 2. $90 : 135$ 3. $128 : 96$ 4. $68 : 102$

5. $3\frac{1}{2} : 6\frac{2}{3}$ 6. $2\frac{2}{5} : 2\frac{7}{10}$ 7. $3\frac{2}{3} : 2\frac{3}{4}$ 8. $2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$

دی ہوئی مقداروں میں نسبت معلوم کیجیے ۔

9. 1 گھنٹا 15 منٹ نسبت 40 منٹ
10. 2 میٹر 5 سینٹی میٹر نسبت 50 سینٹی میٹر
11. 4 لِٹر 8 ڈیسی لِٹر نسبت 8 ڈیسی لِٹر
12. 5 روپے 25 پیسے نسبت 1 روپیہ
13. طلعت کی ماہوار آمدنی 3500 روپے ہے اور ماہوار خرچ 2800 روپے ہے ۔ اس کی آمدنی اور خرچ میں کیا نسبت ہے ۔
14. 1 کلوگرام چینی کی قیمت 8 روپے اور 1 کلوگرام چنے کی دال کی قیمت 9.60 روپے ہے ۔ چینی اور دال کی قیمتوں میں کیا نسبت ہے ۔

7.2 تناسب

نسبت دو ایک جیسی مقداروں کے درمیان قائم کی جاتی ہے ۔ اگر دو ایک جیسی مقداروں کی نسبت ، دو اور ایک جیسی مقداروں کی نسبت کے برابر ہو تو ہم کہتے ہیں کہ چاروں مقداریں تناسب میں ہیں یا متناسب ہیں ۔ مختصراً ہم کہہ سکتے ہیں کہ دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں ۔ تناسب کے لیے علامت '::' استعمال کی جاتی ہے ۔

مثلاً $2 : 5 = 4 : 10$

یا $2 : 5 :: 4 : 10$

'::' تناسب کی علامت ہے ۔ اسے ہم 2 نسبت 5 برابر ہے 4 نسبت 10 کے پڑھتے ہیں یا 2,5 اور 4, 10 متناسب ہیں ۔

تناسب کی چار مقداروں کو تناسب کے ارکان کہتے ہیں ۔ مثلاً

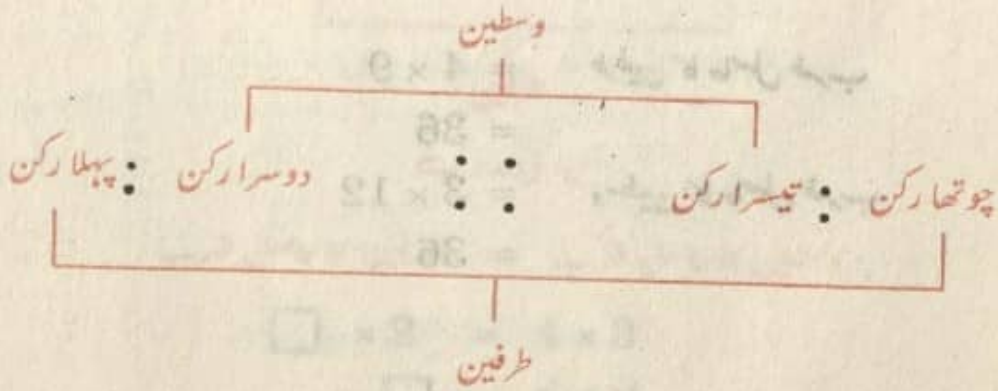
$2:5 :: 4:10$

میں 2 ، 5 ، 4 ، 10 تناسب کے ارکان ہیں ۔

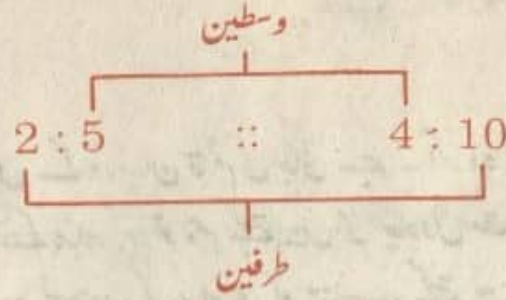
پہلا اور چوتھا رکن طرفین جبکہ دوسرا اور تیسرا رکن وسطین کہلاتے ہیں ۔

اس کی ترتیب اس طرح سے ہے ۔

وسطین

پہلا رکن : دوسرا رکن :: تیسرا رکن : چوتھا رکن

طرفین

وسطین کا حاصلِ ضرب = طرفین کا حاصلِ ضرب

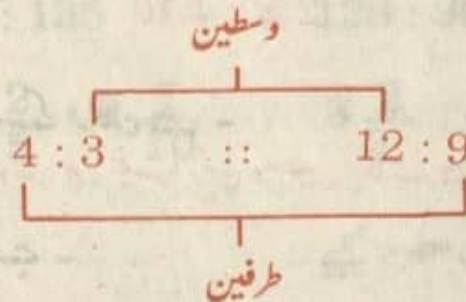
$2 : 5 :: 4 : 10$

طرفین کا حاصل ضرب $= 2 \times 10$
$= 20$

وسطین کا حاصل ضرب $= 5 \times 4$
$= 20$

پس طرفین کا حاصلِ ضرب = وسطین کا حاصلِ ضرب

اس طرح $4 : 3 :: 12 : 9$

وسطین

$4 : 3 :: 12 : 9$

طرفین

طرفین کا حاصل ضرب $= 4 \times 9$
$= 36$

وسطین کا حاصل ضرب $= 3 \times 12$
$= 36$

چنانچہ اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ کسی بھی تناسب میں

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

(1) اس تناسب کے چار ارکان میں سے اگر کوئی سے تین ارکان معلوم ہوں تو چوتھا رکن معلوم کیا جاسکتا ہے۔

(2) اس نتیجہ سے اس بات کی پڑتال بھی کی جاسکتی ہے کہ آیا دیا ہوا تناسب درست ہے یا نہیں۔

مثال 1 کیا $3:4 :: 6:8$ درست ہے۔

حل طرفین کا حاصل ضرب $= 3 \times 8$

$= 24$

وسطین کا حاصل ضرب $= 4 \times 6$

$= 24$

چونکہ طرفین کا حاصلِ ضرب، وسطین کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔ اس لیے دیا ہُوا تناسب دُرست ہے۔

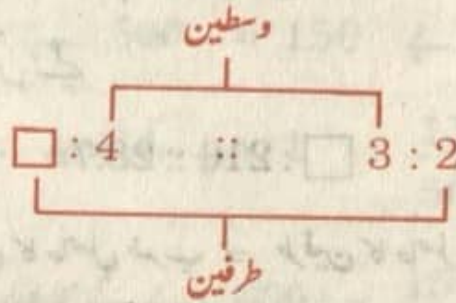
مثال 2 ایسا عدد معلوم کیجیے جس کو □ کی بجائے رکھنے سے مندرجہ ذیل اعداد متناسب ہو جائیں۔

□ : 4 :: 3 : 2

حل

□ : 4 :: 3 : 2

وسطین

□ : 4 :: 3 : 2

طرفین

کلیہ کی مدد سے

وسطین کا حاصلِ ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

□ × 2 = 4 × 3

□ = $\frac{4 \times 3}{2}$ (طرفین کو 2 پر تقسیم کیا)

□ = $\frac{12}{2}$

□ = 6 پس مطلوبہ عدد 6 ہے۔

7.3 تناسب راست

اگر ہم کوئی چیز کم مقدار میں خریدیں گے تو کم دام دینے پڑیں گے اور اگر زیادہ مقدار میں خریدیں گے تو زیادہ دام دینے پڑیں گے ۔

مثلاً اگر ایک کلوگرام چینی کی قیمت 8 روپے ہو تو 2 کلوگرام چینی کی قیمت 16 روپے ہوگی یعنی اگر چینی کی مقدار دوگنی ہو تو قیمت بھی دوگنی ہوگی اور اگر چینی کی مقدار تین گنا ہوگی تو قیمت بھی تین گنا ہوگی ۔ اسی طرح اگر مقدار پانچ گنا ہوگی تو قیمت بھی پانچ گنا ہوگی ۔

اگر دو مقداروں میں ایسا تعلق ہو کہ ایک مقدار جس نسبت سے بڑھتی یا کم ہوتی ہو ، دُوسری بھی اُسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ایسے تناسب کو "تناسب راست" کہتے ہیں ۔

مثال 1 ایک مزدُور 7 دن میں 210 روپے کماتا ہے ۔ بتائیے 28 دن میں وہ کتنے روپے کمائے گا ؟

حل فرض کیجیے وہ 28 دن میں ☐ روپے کمائے گا ۔

دنوں کی تعداد میں نسبت 28:7 ہے روپوں میں نسبت 210: ☐ چونکہ وقت اور دنوں کی تعداد میں تناسب راست ہے اس لیے

$$\square : 210 :: 28 : 7$$

اب وسطین کا حاصلِ ضرب = طرفین کا حاصلِ ضرب

اس لیے

$$7 \times \square = 210 \times 28$$

$$\square = \frac{210 \times 28}{7}$$

$$= 30 \times 28$$

$$= 840$$

پس مزدور 28 دن میں 840 روپے کمائے گا ۔

مثال 2 طارق اور خالد نے ایک کاروبار میں بالترتیب 1000 روپے اور 2000 روپے لگائے ۔ اگر خالد

کو 300 روپے نفع حاصل ہُوا ہو تو طارق کا نفع معلوم کیجیے ۔

حل خالد کا نفع : طارق کا نفع :: خالد کا سرمایہ : طارق کا سرمایہ

$$1000 : 2000 :: \square : 300$$

وسطین کا حاصلِ ضرب = طرفین کا حاصلِ ضرب

$$1000 \times 300 = \square \times 2000$$

$$\square = \frac{1000 \times 300}{2000}$$ [اطراف کو 2000 پر تقسیم کیا]

$$= 150$$

پس طارق کا نفع 150 روپے ہے ۔

مثال 3 احمد نے ایک کاروبار میں 500 روپے اور حامد نے 600 روپے لگائے ۔ اگر احمد کو کاروبار میں 150 روپے نفع حاصل ہُوا ہو تو حامد کا نفع بتائیے ۔

حل 500 روپے کا کاروبار سے جتنا نفع حاصل ہوا = 150 روپے

1 روپے کے کاروبار سے جتنا نفع حاصل ہوا $= \frac{150}{500}$

600 روپے کے کاروبار سے جتنا نفع حاصل ہوا $= \frac{150 \times 600}{500}$

$= 30 \times 6$

$= 180$ روپے

پس حامد کا نفع 180 روپے ہے ۔

نوٹ مثال 2,1 سے ظاہر ہے کہ جب پہلی مقدار زیادہ ہوتی ہے تو دوسری مقدار اُسی نسبت سے کم، اور جب پہلی مقدار کم ہوتی ہے تو دوسری مقدار اُسی نسبت سے زیادہ ۔ مثال 3 سے اس بات کی مزید وضاحت ہو جاتی ہے کہ اکائی کا قاعدہ نسبت تناسب کی ہی ایک خاص شکل ہے ۔

درجِ ذیل تناسب میں نامعلوم رکن ☐ معلوم کیجیے ۔

1. 3 : 5 :: 9 : ☐
2. 5 : 4 :: ☐ : 20
3. ☐ : 7 :: 16 : 56
4. 6 : ☐ :: 24 : 44

.5 ایسا عدد معلوم کیجیے جس کو 35 سے وہی نسبت ہو جو کہ 8 کو 7 سے ہے ۔

.6 ایک معمار 4 گھنٹوں میں 500 اینٹیں لگاتا ہے ۔ بتائیے وہ 6 گھنٹوں میں کتنی اینٹیں لگائے گا ؟

.7 نسیم 50 روپے کے مال پر 5 روپے نفع کماتا ہے ۔ بتائیے وہ 250 روپے کے مال پر کتنا نفع کمائے گا ۔ جبکہ نفع کی شرح وہی رہے ۔

.8 برکت علی 100 روپے کے مال پر 2.50 روپے زکوٰۃ ادا کرتا ہے ۔ بتائیے وہ 250 روپے کے مال پر کتنی زکوٰۃ ادا کرے گا ؟

.9 ریاض اور نواز نے کاروبار میں بالترتیب 400 روپے اور 600 روپے لگائے اگر ریاض کو 150 روپے نفع ہُوا تو نواز کا نفع معلوم کیجیے ۔

.10 ایک دکاندار نے 40 قلم فروخت کر کے 60 روپے نفع کمایا ۔ بتائیے اسی حساب سے وہ 90 قلم فروخت کر کے کِتنا نفع کمائے گا ؟

.11 عمران نے ایک کاروبار میں 800 روپے اور عدنان نے 600 روپے لگائے ۔ اگر عمران کا نفع 200 روپے ہو تو عدنان کا نفع بتائیے ۔

.12 خالد اور عمر نے ایک کاروبار میں بالترتیب 1500 روپے اور 1000 روپے لگائے ۔ اگر عمر کو 300 روپے نقصان اُٹھانا پڑا تو خالد کا نقصان بتائیے ۔

7.4 شراکت

شراکت : جب کسی کاروبار یا تجارت کے لیے زیادہ سرمائے کی ضرورت ہوتی ہے یا کئی دوست مل کر کوئی کاروبار کرنا چاہتے ہیں تو ان میں سے ہر ایک کچھ نہ کچھ سرمایہ فراہم کرتا ہے جو مساوی بھی ہوسکتا ہے ۔ اور غیر مساوی بھی ایسے کاروبار کو جس میں ایک سے زیادہ اشخاص شریک ہوں **شراکتی کاروبار** کہا جاتا ہے اور جو

اشخاص مشترکہ کاروبار کرتے ہیں انہیں **شراکت دار** کہتے ہیں اور اگر ہر شراکت دار مساوی سرمایہ فراہم کرتا ہے تو نفع یا نقصان میں برابر کا حقدار ہوتا ہے ۔ اگر سرمایہ غیر مساوی ہو تو سرمایہ کی نسبت سے نفع یا نقصان کا حصہ دار ہوتا ہے ۔

مثال 1 2500 روپوں کو بشیر اور نذیر میں 2 اور 3 کی نسبت سے تقسیم کیجیے ۔

حل بشیر اور نذیر کے حصّوں میں 2:3 سے یہ مراد ہے کہ اگر کُل رقم (5 = 3 + 2) روپے ہو تو بشیر کو 2 روپے اور نذیر کو 3 روپے ملیں گے ۔ یعنی 2500 روپوں کے ہر 5 روپوں میں سے بشیر کا حصّہ 2 روپے اور نذیر کا حصّہ 3 روپے ہوگا ۔

اسی طرح بشیر کا حصّہ : نذیر کا حصّہ

2 : 3

نسبتی مجموعہ = 2 + 3 = 5

$$\left[\text{بشیر کا حصہ} = \text{کل رقم} \times \frac{\text{نسبت کا پہلا رکن}}{\text{نسبتی مجموعہ}}\right]$$

$$= 2500 \times \frac{2}{5}$$

= 1000 روپے

$$\left[\text{نذیر کا حصہ} = \text{کل رقم} \times \frac{\text{نسبت کا دوسرا رکن}}{\text{نسبتی مجموعہ}}\right]$$

$$= 2500 \times \frac{3}{5}$$

= 1500 روپے

مثال 2 حامد اور رضی نے مل کر کاروبار شروع کیا حامد نے 10000 روپے اور رضی نے 12000 روپے دیے اگر مہینے کے آخر میں کل نفع 14300 روپے ہوا تو ہر ایک کا حصہ الگ الگ بتائیے ۔

حل حامد اور رضی کے سرمایوں میں نسبت

$$= 10000 : 12000$$

$$= \frac{10000}{12000}$$

$$= \frac{5}{6}$$

$$= 5 : 6$$

نسبتی مجموعہ $= 5 + 6 = 11$

کل نفع $= 14300$

منافع میں حامد کا حصہ $= 14300 \times \frac{5}{11} = 6500$ روپے

منافع میں رضی کا حصہ $= 14300 \times \frac{6}{11} = 7800$ روپے

پس حامد کو 6500 روپے اور رضی کو 7800 روپے ملیں گے۔

مشق 7.3

1. 490 روپے کی رقم قدیر اور نوید میں 5 اور 2 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔
2. 900 روپے کی رقم ریحانہ اور عابدہ میں 2:7 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔
3. 2200 روپے کا نفع احمد اور سلطان میں 5:6 کی نسبت سے تقسیم کیجیے۔
4. 900 روپے کی رقم ایک بھائی اور ایک بہن میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ بھائی کو بہن سے دوگنا حصہ ملے۔
5. 81 میٹر لمبی رسی کو 2:7 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔
6. رحیم اور کریم نے بالترتیب 50000 اور 70000 روپے ملا کر کاروبار کیا ایک سال کے بعد انہیں 24000 روپے منافع ہوا۔ منافع میں ہر ایک کا حصہ بتائیے۔
7. سلیم اور طارق نے مل کر ایک کاروبار شروع کیا سلیم نے 20000 روپے اور طارق نے 15000 روپے سرمایہ فراہم کیا ایک سال کے بعد انہیں کاروبار میں 70000 روپے منافع ہوا

بتایے منافع میں ہر ایک کا حصہ کیا ہو گا ۔

8. احمد اور ظفر نے بالترتیب 7500 اور 10000 روپے ملا کر ایک کاروبار شروع کیا مہینے کے آخر میں 700 روپے کا نقصان ہوا ۔ بتایے ہر ایک کو کتنا نقصان برداشت کرنا پڑے گا ۔

9. طلال، بلال اور میقال نے شراکت میں کاروبار کیا ،طلال نے 16000 روپے ، بلال نے 12000 روپے اور میقال نے 14000 روپے دیے اگر انہیں اس کاروبار سے 3801 روپے کا نفع ہوا ہو تو بتایے ہر ایک کا منافع میں حصہ کیا ہو گا ۔

10. تین بھائیوں نعیم ، سلیم اور کلیم نے مل کر بالترتیب 6000 ، 8000 اور 9500 کتابوں کی ایک دوکان کھولی مہینے کے آخر میں انھیں 4700 روپے کا نفع ہوا بتایے نفع میں ہر ایک کا حصہ کیا ہو گا ۔

7.5 وراثت

جب کوئی شخص وفات پا جائے تو اُس کی چھوڑی ہوئی جائیداد یا سرمایہ ، ترکہ یا ورثہ کہلاتا ہے ۔ یہ جائیداد یا سرمایہ اُس کے قریبی رشتہ داروں میں اسلامی اصولوں کے مطابق تقسیم کر دیا جاتا ہے ۔ جن قریبی رشتہ داروں میں یہ جائیداد تقسیم کی جاتی ہے انہیں ورثا کہتے ہیں ۔

یاد رہے ترکہ تقسیم کرنے سے پہلے ضروری ہے کہ مرنے والے کے ذمّہ قرضہ ادا کیا جائے۔اس کے بعد ترکہ ورثا میں تقسیم کیا جائے ۔ ترکہ یا جائیداد کی تقسیم کے متعلق ذیل میں چند مثالیں حل کی جاتی ہیں ۔

مثال 1 ارشد جب فوت ہُوا تو اُس کی جائیداد کی مالیت 10000 روپے تھی ۔ اُس کی وصیت کے مطابق 2000 روپے غرباء میں تقسیم کیے گئے ۔ باقی رقم کا $\frac{1}{8}$ حصہ بیوی کو دیا گیا ۔ بقایا رقم ایک بیٹے اور دو بیٹیوں میں اس طرح تقسیم ہوئی کہ بیٹے اور بیٹی کے حصے کا دوگنا ملا ۔ ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے ۔

حل

کُل ترکہ = 10000 روپے

غربا میں تقسیم کی گئی رقم = 2000 روپے

باقی رقم = 10000 - 2000

$= 8000$ روپے

بیوی کا حصہ $= \frac{1}{8} \times 8000$

$= 1000$ روپے

باقی ترکہ $= 8000 - 1000$

$= 7000$ روپے

بیٹے اور بیٹیوں کے حصوں میں نسبت

بیٹا : بیٹی : بیٹی

2 : 1 : 1

نسبتی مجموعہ $= 2 + 1 + 1$

$= 4$

بیٹے کا حصہ $= \frac{2}{4} \times 7000$

$= 3500$ روپے

ایک بیٹی کا حصہ $= \frac{1}{4} \times 7000$

$= 1750$ روپے

دوسری بیٹی کا حصہ $= \frac{1}{4} \times 7000$

$= 1750$ روپے

مثال 2 حلیم 27000 روپے چھوڑ کر فوت ہُوا ۔ اُس کے کفن دفن پر 3000 روپے خرچ ہوئے ۔ بقایا رقم کا $\frac{1}{8}$ حصّہ اُس کی بیوی کو ملا ۔ جو رقم باقی بچی وہ اُس کے دو بیٹوں اور تین بیٹیوں میں تقسیم کر دی گئی ۔ ہر ایک کا حصّہ معلوم کیجیے جبکہ ہر بیٹے کو بیٹی کی نسبت دوگنی رقم ملی ہو ۔

حل کل ترکہ $= 27000$ روپے

کفن دفن پر خرچ $= 3000$ روپے

$$\text{باقی ترکہ} = 27000 - 3000$$
$$= 24000 \text{ روپے}$$
$$\text{بیوی کا حصہ} = \frac{1}{8} \times 24000$$
$$= 3000 \text{ روپے}$$
$$\text{باقی ترکہ} = 24000 - 3000$$
$$= 21000 \text{ روپے}$$

ورثا کے حصوں میں نسبت

پہلا لڑکا	:	دوسرا لڑکا	:	پہلی لڑکی	:	دوسری لڑکی	:	تیسری لڑکی
2	:	2	:	1	:	1	:	1

$$\text{نسبتی مجموعہ} = 2 + 2 + 1 + 1 + 1$$
$$= 7$$
$$\text{ہر ایک لڑکے کا حصہ} = \frac{2}{7} \times 21000$$
$$= 6000 \text{ روپے}$$
$$\text{ہر ایک لڑکی کا حصہ} = \frac{1}{7} \times 21000$$
$$= 3000 \text{ روپے}$$

مشق 7.4

1. انور 9000 روپے کا ترکہ چھوڑ کر وفات پا گیا ۔ اُس کی بیوی پہلے ہی وفات پا چکی تھی ۔ اُس کا ترکہ اُس کے ایک بیٹے اور ایک بیٹی میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ بیٹے کو بیٹی کے حصے کا دوگنا ملے ۔
2. ایک شخص 20000 روپے چھوڑ کر وفات پا گیا ۔ بیوی کو ترکہ کا $\frac{1}{8}$ حصہ ملا ۔ باقی رقم 2 بیٹوں اور ایک بیٹی میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ہر بیٹے کو بیٹی کے حصے کا دوگنا ملے ۔

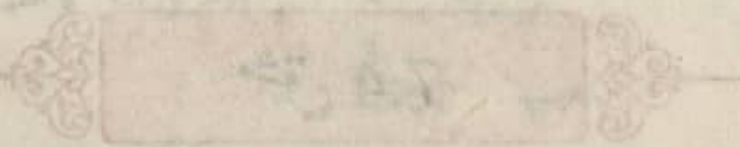
3. مقبول وفات کے وقت 7300 روپے کی جائیداد کا مالک تھا ۔ اُس نے رحمت علی کے 2300 روپے کا قرضہ دینا تھا ۔ اُس کی بیوی پہلے ہی فوت ہو چکی تھی ۔ باقی ترکہ اُس کے ایک بیٹے اور تین بیٹیوں میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ہر بیٹی کو بیٹے سے نصف ملے ۔

4. رحمت علی 17300 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا ۔ اُس کے ذمہ 1300 روپے قرض تھا ۔ قرض ادا کرنے کے بعد بقایا رقم کا $\frac{1}{8}$ حصہ اُس کی بیوی کو مِلا ۔ باقی ترکہ اُس کے ورثا ایک لڑکے اور دو لڑکیوں میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ لڑکی کو لڑکے کا نصف مِلے ۔ ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے ۔

5. ایک شخص 14600 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا ۔ اُس کے ذمہ 2300 روپے قرض تھا ۔ باقی کا ترکہ اُس کے 2 لڑکوں اور 2 لڑکیوں میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ہر لڑکے کو لڑکی کے حصے کا دوگنا مِلے ۔

6. اصغر کا انتقال ہُوا تو اُس کا کُل ترکہ 17000 روپے تھا ۔ اُس کے کفن دفن پر 1000 روپے خرچ ہُوئے ۔ باقی رقم کا $\frac{1}{8}$ حصہ بیوی کو دیا گیا ۔ اُس کے بعد جو رقم بچی وُہ اس کے دو بیٹوں اور چار بیٹیوں میں تقسیم کر دی گئی ۔ اگر ہر بیٹے کو بیٹی کے حصے کا دوگُنا ملے تو ہر ایک کا حصہ معلوم کیجیے ۔

7. طلعت 8500 روپے ترکہ چھوڑ کر مرا ۔ اُس کے ذمہ 2000 روپے قرض تھا اور مرحوم نے بیوی کو 2500 روپے حق مہر بھی دینا تھا ۔ ترکہ کو مرحوم کی بیوہ ، دو لڑکوں اور تین لڑکیوں میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ بیوی کو ترکہ کا $\frac{1}{8}$ حصہ ملے اور باقی ترکہ میں سے ہر لڑکے کو لڑکی کے حصے کا دوگُنا مِلے ۔

8. 39000 روپے کے ترکہ میں مرحوم کے ذمہ 6000 روپے قرض تھا ۔ قرض کی ادائیگی کے بعد ترکہ کو 4 بیٹوں اور 3 بیٹیوں میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ہر بیٹی کو بیٹے کے حصے کا نصف ملے ۔

پانچویں جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ ریاضی میں چند دی ہوئی مقداروں کے لیے ایک ایسی مقدار معلوم کی جاتی ہے جو دی ہوئی تمام مقداروں کی نمائندگی کر سکے اور یہی مقدار دی ہوئی تمام مقداروں کی اوسط کہلاتی ہے ۔

پانچویں جماعت میں ہم اوسط کے متعلق پڑھ چکے ہیں ۔

اعادہ کے طور پر دی گئی مشق حل کیجیے ۔

1. ایک شخص نے 10 الماریاں بحساب 1250 روپے فی الماری ، 15 الماریاں بحساب 1500 روپے فی الماری اور 5 الماریاں بحساب 1304 روپے فی الماری خریدیں ۔ اوسط قیمتِ خرید فی الماری معلوم کیجیے ۔
2. ایک دکان دار نے 5 میزیں بحساب 500 روپے فی میز ، 8 میزیں بحساب 450 روپے فی میز اور 7 میزیں بحساب 470 روپے فی میز فروخت کیں ۔ اوسط قیمت فروخت فی میز معلوم کیجیے ۔
3. ایک گوالے نے 10.5 لٹر دُودھ بحساب 7.25 روپے فی لٹر 5 لٹر دودھ بحساب 6.75 روپے فی لٹر اور 4.5 لٹر دُودھ بحساب 8.00 روپے فی لٹر فروخت کیا ۔ دُودھ کی اوسط قیمت فروخت معلوم کیجیے ۔
4. لاہور کا درجۂ حرارت مختلف دنوں میں 39.72°، 36.88°، 40°، 39.22°، 34.17°، 29.44° اور 25.50° سینٹی گریڈ رہا ۔ ان دِنوں کا اوسط درجۂ حرارت فی دن معلوم کیجیے ۔
5. ایک دکان دار نے 10 کوئنٹل گندم بحساب 375 روپے فی کوئنٹل ، 8 کوئنٹل گندم بحساب 410 روپے فی کوئنٹل اور 82 کوئنٹل گندم بحساب 430 روپے فی کوئنٹل فروخت کی ۔ گندم کی اوسط قیمتِ

فروخت فی کوئنٹل معلوم کیجیے ۔

8.1 اوسط کے متعلق مزید سوالات

ہم چند دی ہوئی مقداروں کی اوسط معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں ۔ لیکن بعض صورتوں میں ہمیں چند مقداروں کی اوسط مقدار کے ساتھ کچھ اور مقداریں بھی دے دی جاتی ہیں جبکہ باقی مقداروں کو معلوم کرنا ہوتا ہے ۔ اب ہم اس قِسم کے سوالات کی وضاحت مثالوں کی مدد سے کریں گے ۔

ہم جانتے ہیں کہ :

$$\text{اوسط مقدار} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$$

اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ :

$$\text{اوسط مقدار} \times \text{مقداروں کی تعداد} = \text{مقداروں کا مجموعہ}$$

مثال 1 چار اعداد کی اوسط 60 ہے ۔ اگر تین اعداد 55, 50, 70 ہوں تو چوتھا عدد معلوم کیجیے ۔

حل

$$\text{چار اعداد کی اوسط} = 60$$

$$\text{اوسط} \times \text{اعداد کی تعداد} = \text{چاروں اعداد کا مجموعہ}$$

$$= 4 \times 60$$

$$= 240$$

$$\text{تین اعداد کا مجموعہ} = 55 + 50 + 70$$

$$= 175$$

$$\text{چوتھا عدد} = 240 - 175$$

$$= 65$$

مثال 2 ایک جماعت میں 49 طالب علم ہیں ، جن کی اوسط عمر 11 سال ہے ۔ اگر اُستاد کی عُمر بھی شامل کر لی جائے تو سب کی اوسط عمر $11\frac{3}{5}$ سال ہو جاتی ہے ۔ اُستاد کی عُمر معلوم کیجیے ۔

حل

49 طلبہ کی اوسط عُمر = 11 سال

49 طلبہ کی عُمروں کا مجموعہ = 11×49

= 539 سال

49 طلبہ اور اُستاد کی اوسط عُمر = $11\frac{3}{5}$ سال

= $\frac{58}{5}$ سال

50 افراد کی عمروں کا مجموعہ = $\frac{58}{5} \times 50$

= 580

اُستاد کی عمر = (50 افراد کی عمروں کا مجموعہ) − (49 طلبہ کی عمروں کا مجموعہ)

= 580 − 539

= 41 سال

.1 مری میں وقفہ وقفہ سے 5 دن بارش ہوتی رہی ۔ ان پانچ دنوں میں روزانہ اوسط بارش 8 سینٹی میٹر تھی ۔ اگر پہلے چار دنوں میں بالترتیب 8 سم ، 7 سم ، 5 سم ، 2 سم بارش ہوئی۔تو بتائیے پانچویں دن کتنی بارش ہوئی ؟

.2 رفیق کے والد ، والدہ اور ایک بہن کی اوسط عُمر 27 سال ہے ۔ اگر رفیق اور اُس کے دادا کی عمروں کو بھی شامل کر لیا جائے تو اوسط عُمر 32 سال ہو جاتی ہے ۔ رفیق کے دادا کی عمر معلوم کیجیے جبکہ رفیق کی عمر 11 سال ہے ۔

.3 6 مزدوروں اور ایک مستری کی روزانہ اوسط مزدوری 38 روپے ہے ۔ ان میں سے 5 مزدوروں کی روزانہ

اوسط مزدوری 30 روپے ہے ۔ چھٹے مزدور کی روزانہ مزدوری 40 روپے ہے ۔ مستری کی روزانہ مزدوری معلوم کیجیے ۔

4. جُون کے ایک ہفتہ کے دوران سیالکوٹ کا روزانہ اوسط درجۂ حرارت 40° سینٹی گریڈ رہا ۔ ہفتہ ، اتوار ، پیر ، منگل کا اوسط درجۂ حرارت 39.2° سینٹی گریڈ رہا ۔ اور منگل ، بُدھ ، جمعرات ، جمعہ کا اوسط درجۂ حرارت 41 سینٹی گریڈ رہا ۔ بتائیے منگل کو درجۂ حرارت کتنا رہا ؟

5. 11 آدمیوں کی اوسط عمر 30 سال ہے ۔ پہلے پانچ آدمیوں کی اوسط عمر 25 سال ہے اور آخری پانچ آدمیوں کی اوسط عمر 28 سال ہے ۔ چھٹے آدمی کی عمر بتائیے ۔

6. سات دن کا درجۂ حرارت اوسطاً 25.85° سینٹی گریڈ ہے ۔ پہلے چار دن کا اوسط درجۂ حرارت 25.94° تھا ۔ اور آخری دو دن کا کل درجۂ حرارت 26.94° سینٹی گریڈ تھا ۔ پانچویں دن کا درجۂ حرارت معلوم کیجیے ۔

7. ایک شخص اپنی آمدنی میں سے ایک سال کے پہلے 7 ماہ میں اوسطاً 1575 روپے فی ماہ خرچ کرتا ہے اور آخری 5 ماہ میں اوسطاً 1564 روپے فی ماہ خرچ کرتا ہے ۔ اگر سال کے آخر میں وہ شخص 1355 روپے کی بچت کرتا ہے تو اُس کی اوسط آمدنی فی ماہ معلوم کیجیے ۔

8. ایک سکول کے لیے 20 میزیں خریدی گئیں ۔ جن کی اوسط قیمتِ خرید 300 روپے فی میز تھی 10 میزیں اور خریدنے سے ان تمام میزوں کی اوسط قیمت خرید 280 روپے فی میز رہ گئی ۔ بعد میں خریدی جانے والی میزوں کی اوسط قیمتِ خرید معلوم کیجیے ۔

سب سے پہلے جو باتیں انسان نے سیکھیں اُن میں سے ایک گنتی بھی تھی تاکہ وہ "کتنے" اور "کتنی مقدار" کا جواب دے سکے ۔ اس کے لیے وہ مختلف زمانوں میں مختلف طریقے استعمال کرتا رہا اور آخر کار اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے اُس نے وہ علامات ایجاد کیں جو ہم عام طور پر استعمال کرتے ہیں اور وہ مندرجہ ذیل ہیں ۔

$$1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

بعد میں ان اعداد کو قدرتی اعداد کا نام دیا گیا ۔

جوں جوں حضرتِ انسان ترقی کی منزلیں طے کرتا گیا اور اُس کی ضروریات کے بڑھنے کے ساتھ اس کے مسائل بھی پیچیدہ سے پیچیدہ ہوتے گئے تو اُس نے محسوس کیا کہ اب وہ حسابی طریقوں سے اپنے مسائل کا حل نہیں ڈھونڈ سکتا ۔ اس لیے اُس نے حساب کے دائرہ کو وسیع کیا اور اس کے نتیجہ میں ریاضی کی اہم شاخ الجبرا وجود میں آئی ۔ الجبرا کو ایجاد کرنے کا سہرا مشہور مسلمان ریاضی دان محمد بن موسیٰ الخوارزمی کے سر ہے ۔

جس طرح حساب میں اعداد استعمال کیے جاتے ہیں اسی طرح الجبرا میں بھی اعداد استعمال کیے جاتے ہیں لیکن فرق صرف یہ ہے کہ اعداد کی جگہ ہم انگریزی کے حروفِ تہجّی x, y, z وغیرہ بھی استعمال کرتے ہیں ۔ x, y, z وغیرہ میں سے کوئی بھی حرف دیے ہوئے اعداد کو ظاہر کرسکتا ہے مثلاً اگر دیے ہوئے اعداد مندرجہ ذیل ہوں ۔

$$2, 3, 5, 8, 9, 10$$

تو x کو ان میں سے کسی بھی عدد کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں ۔ x اعداد

$$3, 7, 5, 8, 13, -3, -6$$

میں سے کسی ایک یا ایک سے زیادہ اعداد کو ظاہر کرسکتا ہے ۔

اگر x عدد 3 کو ظاہر کرتا ہے تو ہم لکھیں گے ۔

$x = 3$ اور 3 کو x کی قیمت کہیں گے ۔

اور اگر x عدد 3 اور عدد 8 کو ظاہر کرتا ہے ۔ تو ہم لکھیں گے ۔

$$x = 8 \;,\; x = 3$$

اسی طرح x کی دو قیمتیں ہوں گی جو کہ 3 اور 8 ہیں ۔

چونکہ x کی قیمتیں مندرجہ بالا دیے ہوئے اعداد میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہیں ۔ اس لیے x کو متغیر کہیں گے۔
مستقل سے مراد ایسا عدد ہے جو تبدیل نہ ہو۔ مثلاً ایک مخصوص کمرے میں کرسیوں کی تعداد کسی مخصوص کتاب کے صفحوں کی تعداد وغیرہ ۔

وزن ، لمبائی چوڑائی ، رقبہ وغیرہ مستقل مقداریں ہیں ۔ عام طور پر ہم انگریزی کے شروع کے حروف تہجی
a, b, c, d کو مستقل کے لیے اور
x, y, z وغیرہ کو متغیرات کے لیے استعمال کرتے ہیں ۔
ہم حساب اور جیومیٹری کے کلیوں کو الجبرائی علامات میں لکھ سکتے ہیں ۔
مثال کے طور پر اگر کسی مثلث کے اضلاع کی لمبائیوں کو حروف
a, b, c سے اور احاطہ کو P سے تعبیر کیا جائے تو

$$P = a + b + c$$

اگر $c = 7$ سم $b = 4$ سم $a = 5$ سم،
ہو تو

$$P = a + b + c$$

$$= 5 + 4 + 7$$

$$= 16 \text{ سم}$$

آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ

مربع کا احاطہ = ضلع کی لمبائی × 4

اگر ضلع کی لمبائی کو x اور احاطہ کو P سے ظاہر کیا جائے تو مربع کے احاطہ کو الجبرا میں یوں لکھیں گے :

$$P = 4 \times x$$
$$= 4x$$

اب x کی جگہ قدرتی اعداد میں سے کوئی بھی قیمت رکھنے سے اس کلیہ کے ذریعے P کی قیمت معلوم کی جاسکتی ہے ۔ مثلاً اگر $x = 8$

$$P = 4 \times 8 = 32$$

اگر $x = 11$ ہو تو P کی قیمت کیا ہوگی ؟

اسی طرح اگر مستطیل کے رقبہ کو A اور اس کی لمبائی کو l اور چوڑائی کو W سے ظاہر کیا جائے تو مستطیل کے رقبہ کا کلیہ یوں لکھا جائے گا ۔

$$A = l \times w$$

l اور w کی بجائے قدرتی اعداد میں سے کوئی بھی عدد لیا جاسکتا ہے ۔ اگر مستطیل کے اضلاع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر (cm) اور چوڑائی 2 سینٹی میٹر (cm) ہو تو

سم $l = 4$ اور سم $w = 2$

اس لیے $A = 4 \times 2$

$= 8$ (8 مربع سینٹی میٹر)

ہم جانتے ہیں کہ اگر مستطیل کے اضلاع مقدار میں برابر ہوں تو وہ مربع کہلاتی ہے ۔ اگر مربع کے ضلع کو 'S' اور رقبہ کو 'A' سے ظاہر کیا جائے ۔

$$A = S \times S = S^2$$

$S \times S$ کو ہم S^2 لکھتے ہیں اور اس کو پڑھتے ہیں S کا مربع یا S کی دوسری قوت

پس $A = S^2$

اگر سم $S = 5$ ہو تو

$$A = 5 \times 5 = 5^2$$

$= 25$ مربع سینٹی میٹر

ہم نے دیکھا کہ الجبرا میں ضرب(×) اور جمع(+) کے عوامل حروف کے ساتھ بالکل اس طرح استعمال کیے گئے ہیں جس طرح حساب میں اعداد کے ساتھ استعمال کیے جاتے ہیں ۔

اسی طرح دوسرے عوامل '÷' اور بریکٹ کی علامت [ ], { }, ( ), ــــ کا استعمال بالکل اس طرح ہوتا ہے جس طرح حساب میں کیا جاتا ہے ۔

حساب میں $3 + 3 = 2 \times 3$

الجبرا میں $x + x = 2 \times x$

$= 2x$

نوٹ الجبرے میں اعداد کے درمیان ضرب کی علامت کو حذف کر دیا جاتا ہے ۔

مثلاً $x \times y = xy$

$8 \times x = 8x$

$2 \times z = 2z$

اسی طرح

$l + l + l + l = 4l$

5m کو اعداد میں اس طرح لکھتے ہیں

$5m = m + m + m + m + m$

x جمع y کو لکھیں گے ۔ $x + y$

x نفی y کو لکھیں گے ۔ $x - y$

x ضرب y کو لکھیں گے ۔ xy

x تقسیم y کو لکھیں گے ۔ $\frac{x}{y}$

اسی طرح

دو x $= x + x = 2x$

x کا مربع $= x \times x = x^2$

x کی تیسری قوت $= x \times x \times x = x^3$

9.1 الجبری جُملے

$7 + 5$ ایک جُملہ ہے ۔

اسی طرح $8 + 5 \div 3$ اور $x + 3 - 2y$ بھی جملوں کی مثالیں ہیں ۔ ان میں سے $7 + 5$ ، $8 + 5 \div 3$ کو **حسابی جملے** کہتے ہیں اور $x + 3 - 2y$ کی قسم کے جملوں کو **الجبری جملے** کہتے ہیں لیکن حسابی جملے بھی الجبری جملوں میں شامل ہوتے ہیں ۔ x^3 ، $x^5 + 8x - 3$ بھی الجبری جملے ہیں ۔

مشق 9.1

1. مندرجہ ذیل کو الفاظ میں لکھیے ۔

(i) $x + y$ (ii) $2x - y$ (iii) x^2 (iv) $\frac{x}{y}$

(v) $2x + \frac{y}{5}$ (vi) $x^3 - y^2$ (vii) $\frac{x - y}{2}$ (viii) $\frac{x}{3} \times \frac{y}{2}$

(ix) $\frac{5x^2}{z}$ (x) $(x + y)^2$

2. مندرجہ ذیل کو الجبرے کی زبان میں لکھیے ۔

(i) تین x جمع y (ii) y ضرب چھ x (iii) پانچ y منفی تین

(iv) چار x تقسیم تین y (v) دو ضرب x منفی y (vi) x تقسیم y

(vii) x جمع سات ضرب y (viii) دو x جمع y تقسیم پانچ

(ix) x کا مربع ضرب y (x) x کا مربع منفی y کا مربع

(xi) x کی تہائی (xii) x کی چوتھائی اور y کے تین گُنا کا مجموعہ

مشق 9.2

1. ذیل کے الجبری جملوں میں متغیر مقداریں بتائیے ۔

(i) $x - 3$ (ii) $6z$ (iii) $-11zy$

(iv) $x^2 + 4$ (v) $\frac{1}{2}x + 5z - 2y$

2. ذیل کے الجبری جملوں میں مستقل مقداریں بتائیے ۔

(i) $x + 15$ (ii) $z + y - c$ (iii) $x^2 - 1$

(iv) $y^2 - y + a$ (v) $\frac{x}{y} + 2$

3. ذیل کے الجبری جملوں میں متغیر مقداروں کے عددی سر بتائیے ۔

(i) $2x$ (ii) $-6z$ (iii) $2x + \frac{1}{2}y$

(iv) $x + y - z$ (v) $-\frac{3}{2}x - 7y - 5z$

4. مندرجہ ذیل میں اساس اور قوت نما بتائیے ۔

(i) x^4 (ii) $2x^3$ (iii) $\frac{1}{5}y^2$

(iv) y (v) $(3x)^2$ (vi) $2(z + y)^3$

9.5 الجبری جملوں کی قیمت

کسی الجبری جملے میں جو متغیرات اور نامعلوم مقداریں استعمال ہو رہی ہوتی ہیں اگر اُن کی قیمتیں دی ہوئی ہوں تو اُن کی مدد سے ہم الجبری جملہ کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں ۔ اس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے ۔

مثال 1 اگر $x = 3$ ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمت معلوم کیجیے ۔

حل (i) $4x - 2$ (ii) $5x$ (iii) $x^2 - 2x$ (iv) $2x^4$

(i) اگر $x = 3$
تو $4x - 2$
$= 4 \times 3 - 2$
$= 12 - 2$
$= 10$

(ii) اگر $x = 3$
تو $5x$
$= 5 \times 3$
$= 15$

(iii) اگر $x = 3$
تو $x^2 - 2x$
$= 3^2 - 2 \times 3$
$= 9 - 6$
$= 3$

(iv) اگر $x = 3$
تو $2x^4$
$= 2 \times 3^4$
$= 2 \times 81$
$= 162$

مثال 2 اگر $x = 4$ اور $y = 5$ ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے ۔

(i) xy (ii) $\frac{3x}{y}$ (iii) $x + 3y$ (iv) $x^2 + y^2$

حل (i) اگر $x = 4$ اور $y = 5$
تو xy
$= 4 \times 5$
$= 20$

(ii) اگر $x = 4$ اور $y = 5$
تو $\frac{3x}{y}$
$= \frac{3 \times 4}{5}$
$= \frac{12}{5}$
$= 2\frac{2}{5}$

(iii) اگر $x = 4$ اور $y = 5$

تو
$x + 3y$
$= 4 + 3 \times 5$
$= 4 + 15$
$= 19$

(iv) اگر $x = 4$ اور $y = 5$

$x^2 + y^2$
$= (4)^2 + (5)^2$
$= 16 + 25$
$= 41$

مثال 3 اگر $x = 3$ ، $y = 2$ اور $z = 10$

ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) xyz (ii) $2x + 3y - z$ (iii) $4x^2 - y^2 + z$ (iv) $\frac{x^2 y^2}{z}$

حل

(i)

اگر $x = 3$ ، $y = 2$ اور $z = 10$

تو
xyz
$= 3 \times 2 \times 10$
$= 60$

(ii)

اگر $x = 3$ ، $y = 2$ اور $z = 10$

تو
$2x + 3y - z$
$= 2 \times 3 + 3 \times 2 - 10$
$= 6 + 6 - 10$
$= 12 - 10$
$= 2$

(iii)

اگر $x = 3$ ، $y = 2$ اور $z = 10$

تو
$4x^2 - y^2 + z$
$= 4 \times 3^2 - 2^2 + 10$
$= 36 - 4 + 10$
$= 46 - 4$
$= 42$

(iv) اگر $x = 3$ ، $y = 2$ اور $z = 10$

تو
$\frac{x^2 y^2}{z}$
$= \frac{(3)^2 \times (2)^2}{10}$
$= \frac{9 \times 4}{10}$
$= \frac{36}{10}$
$= \frac{18}{5} \quad = 3\frac{3}{5}$

مشق 9.3

1. اگر $x = 5$ ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $2x$ (ii) $x + 5$ (iii) $2x + 3$ (iv) $3x - 4$

(v) $\frac{4x}{5}$ (vi) $3x \div 5$ (vii) $x^2 + 1$ (viii) $3x^2 +$

(ix) $\frac{x^2 - 5}{5}$ (x) $5x^3 - 10$

2. اگر $x = 6$ اور $y = 4$ ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $x + y$ (ii) $2x - 3y$ (iii) $4x \div y$ (iv) $6x \div 9y$

(v) $\frac{x}{3} + y$ (vi) $2x + \frac{y}{2}$ (vii) $xy - 3y$ (viii) $\frac{xy}{2} - 2y$

3. اگر $x = 2$، $y = 3$ اور $z = 4$ ہو تو مندرجہ ذیل جملوں کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $4xyz$ (ii) $2x - 2z + 3y$ (iii) $5z - 3x + 4y$ (iv) $2y - 3x + z$

(v) $2x + y + z$ (vi) $3x + y - 2z$ (vii) $\frac{xy}{2} + \frac{z}{4}$ (viii) $yz \div x$

4. اگر $x = 4$، $y = 3$، $z = 2$ اور $u = 1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $uxyz$ (ii) $2x - 4 + y$

(iii) $3x + 2y - z + 2u$ (iv) $2x - 4 + y + 3z$

(v) $9u + 2x - 3z + 2y$ (vi) $13z - 4y + 22u$

(vii) $4y - 3z + zu$ (viii) $2xy - 3zu + x$

(ix) $2y^2 - xy + z^2 - 2u^2$ (x) $x^2y^2 - z^2u^2 + xzu$

(xi) $x^2yzu + y^2z^2 - y^3$

9.6 الجبری فقرے

ہم الجبری جملوں کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔

مثلاً $x + 8$ ،$z + t$ ،$7 + 5$ وغیرہ الجبری جملے ہیں ۔

الجبری جملہ دراصل پورا مفہوم ادا نہیں کرتا ۔ مثلاً جب ہم کہتے ہیں کہ $7 + 5$ تو اس سے پُورا مفہوم اُس وقت تک ادا نہیں ہوتا جب تک کہ ہم $7 + 5$ کا کسی اور جملے سے کوئی تعلق پیدا نہ کریں ۔ اس لیے جب ہم یہ کہیں گے کہ

$$5 + 7 = 12$$

تو اس سے مفہوم پوری طرح واضح ہو جاتا ہے اور وہ یوں کہ ہم یہ کہہ رہے ہیں کہ $7 + 5$ اور 12 ایک ہی عدد کو ظاہر کرتے ہیں ۔ یہی وجہ ہے کہ ان دونوں کے درمیان برابری کا تعلق موجود ہے ۔ اس لیے ان کے درمیان مساوی کی علامت '=' استعمال کی گئی ہے ۔

پس $7 + 5 = 12$ ایک الجبری فقرہ ہے ۔

اسی طرح اگر ہم یہ کہیں کہ

$$x + y = 15$$

تو اس کا مطلب ہوگا کہ $x + y$ اور 15 ایک ہی عدد کو ظاہر کرتے ہیں ۔ اس لیے $x + y = 15$ بھی ایک الجبری فقرہ ہے ۔

$7 + 5 = 18$ بھی ایک الجبری فقرہ ہے جو کہ دیے ہوئے تعلق کے لحاظ سے غلط ہے ۔
کیونکہ $7 + 5$ چھوٹا ہے 18 سے

اسی طرح

$$14 - 6 < 15$$

بھی ایک الجبری فقرہ ہے اور دیے ہوئے تعلق کے لحاظ سے درست ہے ۔ $x + y > 8$ بھی ایک الجبری فقرہ ہے ۔

نوٹ الجبری فقرہ دو الجبری جملوں کے درمیان تعلق یا ربط کو ظاہر کرتا ہے ۔

دو الجبری جملوں کے درمیان مندرجہ ذیل علامات ربط یا تعلق کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کی جاتی ہیں ۔

مساوی ہے	$=$
مساوی نہیں ہے	$\neq$
چھوٹا ہے	$<$
چھوٹا نہیں ہے	$\nless$

$>$ بڑا ہے

$\ngtr$ بڑا نہیں ہے

ذیل میں الجبری فقروں کی چند مثالیں دی گئی ہیں ۔

(i) $x + 5 = 7$ (ii) $8 + 3 \neq 10$ (iii) $x + 3 > 8$

(iv) $7 + 4 \ngtr 20$ (v) $y + 3 \leq 12$ (vi) $z - 2 \nless 10$

(vii) $xy - y = x$ (viii) $x + y = z$ (ix) $5 + 6 = 11$

9.7 الجبری فقروں کی اقسام

عام بول چال میں ہمیں تین قسم کے بیانات سے واسطہ پڑتا ہے ۔

(i) درست بیانات

(ii) غلط بیانات

(iii) ایسے بیانات جن کے متعلق اُس وقت تک فیصلہ نہیں کر سکتے جب تک ہمیں کچھ مزید معلومات فراہم نہ کی جائیں ۔

قائدِ اعظم محمد علی جناح کراچی میں پیدا ہوئے‘ درست بیان ہے ۔

علامہ محمد اقبال لاہور میں پیدا ہوئے‘ غلط بیان ہے ۔ کیونکہ علامہ محمد اقبال سیالکوٹ میں پیدا ہوئے تھے ۔

اب ہم مندرجہ ذیل بیان پر غور کرتے ہیں ۔

”وہ پابندی سے پانچ وقت نماز پڑھتا ہے“

جب تک ہمیں یہ معلوم نہ ہو جائے کہ ”وہ“ کون ہے ، اُس وقت تک ہم یہ فیصلہ نہیں کر سکتے کہ یہ بیان دُرست ہے یا غلط ۔ اس قسم کے فقرات کو کُھلے بیانات یا فقرات کہتے ہیں ۔

اسی طرح الجبرا میں بھی فقرات کی تین قسمیں ہیں ۔

(i) دُرست فقرے

(ii) غلط فقرے

(iii) کُھلے فقرے

9.8 درست فقرے

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط یا تعلق یا ربط کے مطابق صحیح ہوں ، درست فقرے کہلاتے ہیں ۔

مثلاً $5 + 3 = 8$

5 اور 3 کا مجموعہ 8 ہے جو شرائط مساوی کے مطابق درست ہے ۔

اسی طرح

(i) $x + x = 2x$

(ii) $5 > 3$

(iii) $4 < 7$

دُرست فقروں کی مثالیں ہیں ۔

9.9 غلط فقرے

ایسے فقرے جو دی ہوئی شرائط کے مطابق دُرست نہ ہوں غلط فقرے کہلاتے ہیں ۔

مثلاً

(i) $5 + 2 = 4$

یہ غلط فقرہ ہے کیونکہ یہ مساوی ہونے کی شرط کو پورا نہیں کرتا ۔
یعنی $5 + 2$ اور 4 دو مختلف اعداد ہیں ۔

اسی طرح

(ii) $3x + 2x = 4x$

(iii) $5 + 7 = 10$

(iv) $5 > 9$

(v) $x \times x \times x = x$

غلط فقروں کی مثالیں ہیں کیونکہ یہ فقرات دی ہوئی شرائط کے مطابق درست نہیں ہیں ۔

9.10 کُھلے فقرے

ایسے فقرے کُھلے فقرے کہلاتے ہیں جن کے درست یا غلط ہونے کا فیصلہ اُس وقت تک نہ کیا جاسکے جب تک کہ اُس میں استعمال ہونے والے متغیر یا متغیرات کے متعلق مزید معلومات فراہم نہ کی گئی ہوں ۔

مثلاً $x + 3 = 5$

یہ ایک کُھلا فقرہ ہے ۔ ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ یہ فقرہ درست ہے یا غلط ، جب تک ہمیں x کی قیمت معلوم نہ ہو ۔

اب ہم اگر $x + 3 = 5$ میں x کی جگہ 2 لیں تو

$2 + 3 = 5$ درست فقرہ بن جاتا ہے اور $x = 2$ کے علاوہ x کی ہر قیمت کے لیے یہ فقرہ غلط ہے ۔

مثال مندرجہ ذیل کُھلے فقرات کو علامتی صورت میں لکھیے ۔

(i) x نفی 7 برابر ہے 10 کے
(ii) x تقسیم 3 مساوی ہے 5 کے
(iii) 5 جمع x بڑا ہے 6 سے
(iv) x تقسیم 7 برابر ہے 4 کے

حل

(i) $x - 7 = 10$
(ii) $x \div 3 = 5$
(iii) $5 + x > 6$
(vi) $\frac{x}{7} = 4$

مشق 9.4

ذیل میں سے کون کون سے فقرے درست ، غلط یا کُھلے ہیں ۔

1. $4 + 5 = 9$
2. $7 - 3 = 2$
3. $x > 3$
4. $x + 9 > 11$
5. $12 \div 4 = 3$
6. $5 \times 3 = 15$
7. $18 \div 3 = 6$
8. $5 + 3 - 2 = 8$
9. $x - 3 = 7$
10. $x \div 4 = 3$
11. $3x = 4 \div 2 - 1$
12. $\frac{15}{3} + 2 = 7$
13. $11 \not< 5$
14. $9 \div 3 \neq 3$
15. $17 \not> 22$
16. $x + 3 = 8$

مندرجہ ذیل فقروں کو علامتی صورت میں لکھیے ۔

17. x جمع 3 مساوی ہے آٹھ کے
18. x نفی چار مساوی ہے تین کے

19. سات بڑا ہے چار سے   20. x تقسیم تین مساوی ہے دس کے

9.11 کُھلے فقروں کی اقسام

کُھلے فقرے دو طرح کے ہوتے ہیں۔

(1) مساوات (2) غیر مساوات

اب ہم ان دونوں اقسام کے بارے میں پڑھیں گے۔

1. مساوات

مندرجہ ذیل فقرے پر غور کیجیے۔

$$2x + 1 = 5$$

اس فقرہ میں دو جُملوں کے درمیان مساوی کی علامت "=" استعمال کی گئی ہے۔ اس فقرے کو ہم مساوات کہتے ہیں۔

پس ایسا کُھلا فقرہ جو دو جملوں کی برابری کو ظاہر کرے مساوات کہلاتا ہے۔ مساوات کی چند مثالیں ملاحظہ کیجیے۔

$$x \div 2 = 6 \quad , \quad x + 1 = 4 \quad , \quad y + 7 = 8$$

2. غیر مساوات

ایسے فقرے جن میں علامات $<$ یا $>$ استعمال کی گئی ہوں غیر مساوات کہلاتے ہیں۔ مندرجہ ذیل فقروں پر غور کیجیے۔

$$5x > 12 \;,\; y < 8 \;,\; 3x > 2 \;,\; z < 11 \;,\; z + 2 > 9$$

ان فقروں میں بڑے ہونے کی علامت " $>$ " اور چھوٹے ہونے کی علامت " $<$ " استعمال کی گئی ہے۔ اس قِسم کے کُھلے فقروں کو غیر مساوات کہتے ہیں۔

مثال دیے ہوئے جملوں کے درمیان خالی جگہ "☐" کے اندر "="، " $<$ " یا " $>$ " میں سے مناسب علامت استعمال کیجیے، تاکہ فقرہ ایک درست فقرہ بن جائے۔

(i) $5 \square 5$ (ii) $8 \square 3$ (iii) $5 \square 9$ (iv) $3 + 7 \square 16$

حل (i) $5 \boxed{=} 5$ (ii) $8 \boxed{>} 3$ (iii) $5 \boxed{<} 6$ (iv) $3 + 7 \boxed{<} 16$

مشق 9.5

مندرجہ ذیل جملوں کے درمیان خالی جگہ □ کے اندر "="، " < " یا " > " میں سے مناسب علامت لگائیے تاکہ فقرہ ایک درست فقرہ بن جائے۔

1.	3 + 5 □ 8	2.	13 □ 11	3.	14 □ 18
4.	5 - 2 □ 5	5.	19 - 3 □ 19	6.	6 □ 3 - 9
7.	2 - 5 □ 8	8.	11 - 7 □ 4	9.	60 - 35 □ 25
10.	15 - 15 □ 30	11	16 - 36 □ 40	12.	27 - 7 □ 20

9.12 مترادف مساواتیں

فرض کیجیے

$$2x = 10 \quad \ldots(i)$$

اس مساوات کے اطراف میں بالترتیب

4 جمع کرنے سے،

3 تفریق کرنے سے،

حاصل شدہ مساواتیں (ii) اور (iii) مندرجہ ذیل ہیں۔

$$2x + 4 = 10 + 4$$
$$2x + 4 = 14 \quad \ldots(ii)$$
$$2x - 3 = 10 - 3$$
$$2x - 3 = 7 \quad \ldots(iii)$$

اب مساوات (i) کے طرفین کو بالترتیب

3 سے ضرب دینے سے

5 پر تقسیم کرنے سے

حاصل شدہ مساواتیں (iv) اور (v) مندرجہ ذیل ہیں۔

$$3 \times 2x = 3 \times 10$$
$$6x = 30 \quad \ldots(iv)$$

$$\frac{2x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$\frac{2x}{5} = 2 \quad \ldots (v)$$

مساوات $2x = 10$ کے طرفین میں 4 جمع کرنے سے یا 3 تفریق کرنے سے ، 3 سے ضرب دینے سے یا 5 پر تقسیم کرنے سے متغیر x کی ایک ہی قیمت $x = 5$ ان تمام (i) تا (v) کھلے فقرات کو درست فقرات میں بدل دیتی ہے ۔ ایسی مساواتیں جو کسی مساوات کے طرفین میں ایک ہی عدد جمع یا تفریق کرکے یا کسی غیر صفر عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے سے حاصل کی جاتی ہیں ، مترادف مساواتیں کہلاتی ہیں ۔ اُوپر مساوات (i) تا (v) مترادف مساواتیں ہیں ۔

مساوات کا حل

متغیر کی ایسی قیمت جو کُھلے فقرہ کو درست فقرہ میں بدل دے ، مساوات کا حل کہلاتی ہے ۔

مثال 1 حل کیجیے ۔ $x - 3 = 4$

حل

$$x - 3 = 4$$

$$x - 3 + 3 = 4 + 3 \quad \text{(طرفین میں 3 جمع کیا)}$$

$$x = 7$$

مثال 2 حل کیجیے ۔ $x + 2 = 6$

حل

$$x + 2 = 6$$

$$x + 2 - 2 = 6 - 2 \quad \text{(طرفین میں سے 2 تفریق کیا)}$$

$$x = 4$$

نوٹ : مساوات $x + 2 = 6$ میں $x = 4$ رکھیں تو $4 + 2 = 6$

یعنی

دائیں طرف = بائیں طرف

جو کہ درست فقرہ ہے ۔

مثال 3 حل کیجیے ۔ $5x = 35$

حل

$$5x = 35$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{35}{5}$$ (طرفین کو 5 پر تقسیم کیا)

$$x = 7$$ یا

مثال 4 حل کیجیے۔

$$3x - 2 = 7$$

حل

$$3x - 2 = 7$$

$$3x - 2 + 2 = 7 + 2$$ (طرفین میں 2 جمع کیا)

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$ (طرفین کو 3 پر تقسیم کیا)

$$x = 3$$ (مختصر کرنے سے)

مشق 9.6

مساوات کو حل کیجیے۔

1. $x - 2 = 5$
2. $x + 3 = 8$
3. $x - 4 = 5$
4. $x + 5 = 7$
5. $x + 4 = 9$
6. $x + 7 = 11$
7. $x - 8 = 13$
8. $x - 2 = 7$
9. $x + 11 = 19$
10. $x + 10 = 22$
11. $x + 9 = 13$
12. $x - 13 = 20$
13. $2x = 6$
14. $3x = 6$
15. $5x = 20$
16. $7x = 21$
17. $9x = 27$
18. $2x - 3 = 27$
19. $3x - 4 = 8$
20. $2x + 5 = 11$
21. $4x + 7 = 11$

9.13 عبارتی سوالات میں مساوات کا استعمال

مثال 1 ایک عدد میں 5 جمع کریں تو حاصل جمع 20 آتا ہے۔ وہ عدد معلوم کیجیے۔

حل

x = فرض کیجیے کہ مطلوبہ عدد

سوال کی شرط کے مطابق

$$x + 5 = 20$$

$$x + 5 - 5 = 20 - 5 \quad \text{(دونوں طرف 5 تفریق کرنے سے)}$$

$$x = 15$$

پس مطلوبہ عدد $= 15$

مثال 2 ایک عدد کے دوگنا میں 7 جمع کریں تو 35 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔

حل

x = فرض کیجیے کہ مطلوبہ عدد

$2x$ = عدد کا دوگنا

سوال کی شرط کے مطابق

$$2x + 7 = 35$$

$$2x + 7 - 7 = 35 - 7 \quad \text{(طرفین میں سے 7 تفریق کرنے سے)}$$

$$2x = 28$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2} \quad \text{(طرفین کو 2 پر تقسیم کیا)}$$

$$x = 14$$

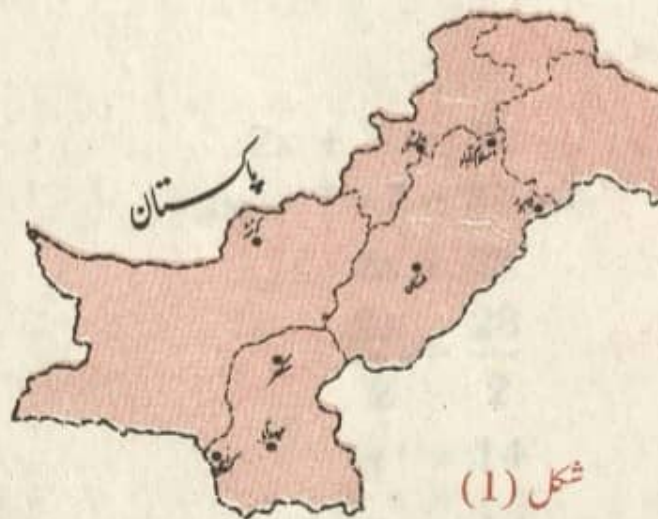
پس مطلوبہ عدد $= 14$

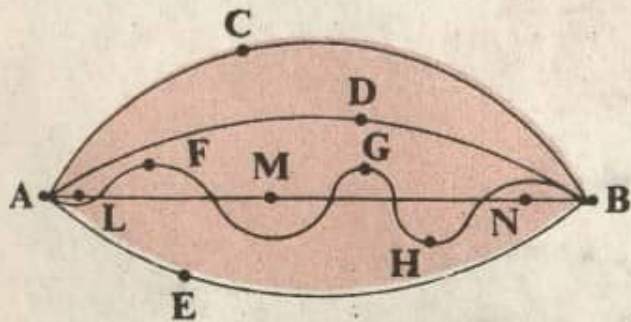
مشق 9.7

1. ایک عدد میں 6 جمع کریں تو 20 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔
2. ایک عدد میں سے 5 تفریق کریں تو 17 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔
3. ایک عدد کے دوگنا میں 5 جمع کریں تو 25 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔
4. ایک عدد کے تین گنا میں سے 4 تفریق کرنے سے 5 حاصل ہوتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔

5. ایک عدد کے چار گُنا میں سے 15 تفریق کیا جائے تو 29 حاصل ہوتا ہے ۔ عدد معلوم کیجیے ۔
6. ایک طالب علم نے ایک عدد سوچا اگر اُس عدد کے دوگُنا میں 2 جمع کر کے 3 پر تقسیم کریں تو 20 حاصل ہوتا ہے ۔ بتائیے اُس نے کونسا عدد سوچا تھا ۔
7. ساجد کے پاس کچھ رقم تھی اور اُس کی بیوی زرینہ کے پاس اُس سے دوگُنی رقم تھی ۔ دونوں کے پاس کُل 330 روپے تھے ۔ بتائیے ہر ایک کے پاس کِتنی کِتنی رقم تھی ۔
8. ایک مستطیل کی لمبائی ، چوڑائی سے دوگُنا ہے ۔ اگر اُس مستطیل کا احاطہ 336 میٹر ہو تو اُس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے ۔

جیومیٹری کے ابتدائی تصوّرات

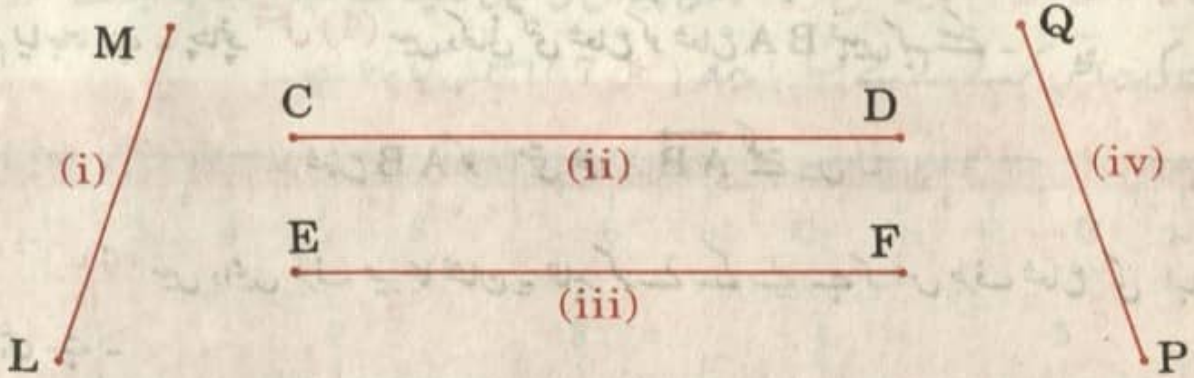
10.1 نقطہ نیچے دیے گئے پاکستان کے نقشہ میں چند مشہور شہر دکھائے گئے ہیں ۔ ان میں سے ہر ایک شہر جس مقام پر واقع ہے اُس مقام کو ایک نشان کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے ۔ اس نشان کو "نقطہ" کہتے ہیں شکل (1) ۔ جیومیٹری میں کسی نقطہ کو انگریزی حروف تہجی کے کسی حرف سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔

شکل (1)

10.2 قطعہ خط شکل (2) میں نقطہ A سے نقطہ B تک جانے کے لیے چند راستے دکھائے گئے ہیں ان میں سے ایک راستہ نقطہ C سے گزر رہا ہے ، دوسرا نقطہ D میں سے ، تیسرا نقطہ E میں سے ، چوتھا نقاط G, F اور H میں سے اور پانچواں نقاط N, M, L میں سے A سے B تک دکھائے گئے راستوں میں سے صرف ایک راستہ ایسا ہے جو سب سے چھوٹا ہے ۔ یہ وہ راستہ ہے جو نقاط M, L اور N میں سے گزرتا ہے ۔

شکل (2)

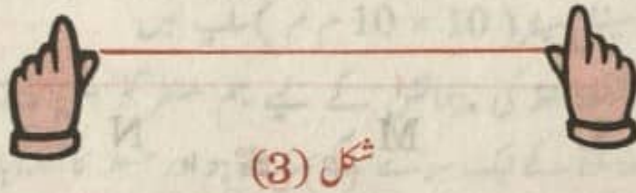
یہ ایک "قطعہ خط" ہے ۔

علامتی طور پر قطعہ خط AB کو "$\overline{AB}$" لکھتے ہیں ۔ اور قطعہ AB پڑھتے ہیں ۔ نقاط A اور B اس قطعہ خط کے سرے ہیں ۔

ہر قطعہ خط کے دو سرے ہوتے ہیں ۔

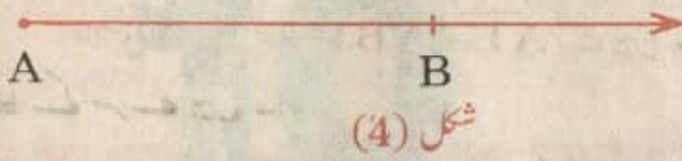
قطعہ خط AB کو قطعہ خط BA بھی کہہ سکتے ہیں ۔ یعنی کسی قطعہ خط کا نام پکارتے وقت اُس کے سروں کے نام کسی بھی ترتیب میں پکارے جاسکتے ہیں ۔
یہ بھی یاد رہے کہ قطعہ خط کو اس کے سروں کے ناموں ہی سے پکارا جاتا ہے ۔ ذیل میں چند اور قطعاتِ خط دکھائے گئے ہیں ۔

ان قطعات خط کے نام یوں ہیں :
قطعہ خط LM ، قطعہ خط CD ، قطعہ خط EF ، قطعہ خط PQ
انہیں علامتی طور پر یوں لکھیں گے :

$\overline{LM}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{PQ}$

کسی دھاگے کو سروں سے پکڑ کر اس طرح کھینچا جائے کہ وہ تن جائے تو اس سے ہمیں قطعہ خط کا ایک نمونہ حاصل ہو جائے گا شکل (3)

شکل (3)

کمرے کے فرش کے کنارے اور کاغذ کے چورس تختہ کے کنارے بھی قطعہ خط کی مثالیں ہیں ۔

10.3 شعاع

سامنے دی گئی شکل (4) ایک شعاع ہے ۔ اسے شعاع A B کہتے ہیں ۔ اس کا ایک ہی سرا ہے جس پر نقطہ "A" واقع ہے ۔

A B

شکل (4)

شعاع A B پر نقطہ A کے بائیں طرف کوئی نقطہ واقع نہیں ہے جبکہ نقطہ A کے دائیں طرف بے شمار نقاط واقع ہیں ۔

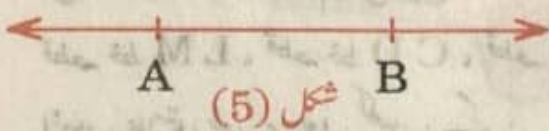
یاد رکھیے کہ

شعاع کا ایک ہی سرا ہوتا ہے ۔

شعاع کا نام پکارتے وقت اس کے سرے کا نام پہلے لیا جاتا ہے اور پھر اس پر واقع کسی ایک اور نقطے کا نام لیا جاتا ہے ۔ چنانچہ شکل (4) میں دکھائی گئی شعاع کو شعاع B A نہیں کہہ سکتے ۔

شعاع A B کو علامتی طور پر $\overrightarrow{AB}$ لکھتے ہیں ۔

شکل (4) میں دائیں طرف تیر کا نشان یہ ظاہر کرنے کے لیے ہے کہ اس طرف شعاع کی لمبائی لامتناہی ہے ۔

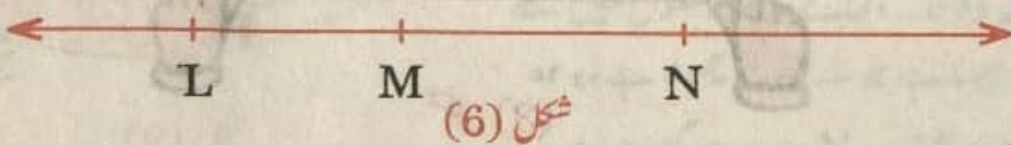
10.4 خط

سامنے دی گئی شکل (5) ایک خط کی ہے اِس میں دائیں اور بائیں طرف تیروں کے نشان یہ ظاہر کرتے ہیں کہ اس خط کی لمبائی دونوں طرف لامتناہی ہے یعنی اس خط کا کوئی سرا نہیں ۔ اسے خط A B کہتے ہیں اور علامتی طور پر خط A B کو $\overleftrightarrow{AB}$ لکھتے ہیں ۔

A B

شکل (5)

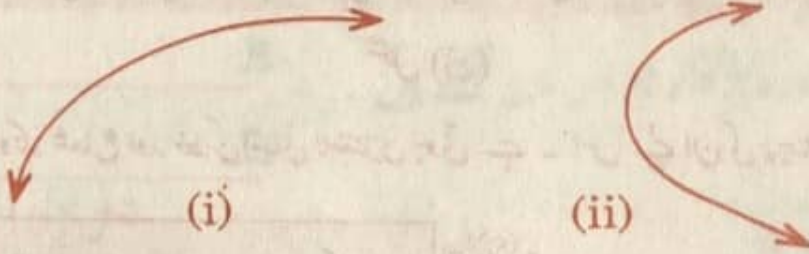
کسی خط کو اُس پر واقع کوئی سے دو نقاط کے ناموں کی مدد سے پکارا جا سکتا ہے ۔ مثلاً شکل (6) میں دیے گئے خط کو ، خط L M ، خط M L ، خط L N ، خط N L ، خط M N ، خط N M میں سے ہر ایک نام

L M N

شکل (6)

سے پکار سکتے ہیں ۔

دوسرے الفاظ میں خط کا نام پکارنے کے لیے اُس پر واقع کوئی سے دو نقاط کے ناموں کو کسی بھی

ترتیب میں استعمال کر سکتے ہیں ۔

خط سے مراد عموماً خطِ مستقیم ہوتا ہے ۔ مستقیم کے معنیٰ سیدھا کے ہیں ۔ ٹیڑھے خط کو خطِ منحنی کہتے ہیں ۔ ذیل میں دو منحنی خطوط دکھائے گئے ہیں ۔

10.5 قطعۂ خط کی پیمائش کرنا : چھوٹی چیزوں کی لمبائی ماپنے کے لیے یا کاغذ پر سیدھے خطوط لگانے اوران کی پیمائش کرنے کے لیے مسطر یا پیمانہ (شکل 7) استعمال کیا جاتا ہے ۔

شکل (7) (مسطر یا پیمانہ)

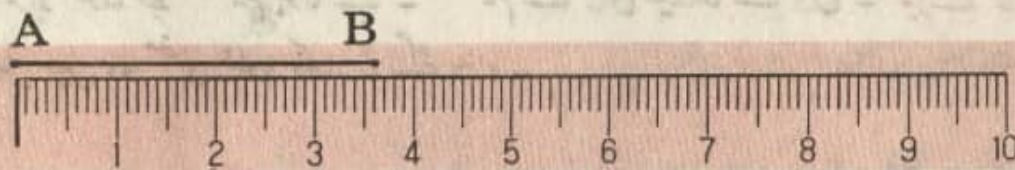
مسطر کے دونوں کناروں پر نشانات لگے ہوتے ہیں ۔ ایک طرف سینٹی میٹروں کے اور دوسری طرف اِنچوں کے ۔ چونکہ ہمارے مُلک میں میٹرک نظام رائج ہو چکا ہے اور انچوں وغیرہ کا استعمال کم ہوتا جا رہا ہے ، اس لیے آج کل ایسے مسطر بھی تیار ہو رہے ہیں جن پر انچوں کے نشانات نہیں ہوتے ۔

اُوپر دکھائے گئے مسطر پر کُل 15 سینٹی میٹروں کے نشان ہیں ۔ آپ جانتے ہیں کہ ایک سینٹی میٹر (سم) 10 ملی میٹروں (مم) کے برابر ہوتا ہے ۔ اس لیے اگر آپ نے 100 ملی میٹر لمبائی ماپنی ہو تو آپ ایک مسطر سے 10 سینٹی میٹر (10×10 م م) ماپ لیں

کسی دیے ہوئے قطعۂ خط کی پیمائش کے لیے ہم مسطر کو اس کے ساتھ اس طرح رکھتے ہیں کہ مسطر پر 0 سم کا نشان قطعۂ خط کے ایک سِرے کے سامنے ہو اور مسطر کا کنارا باقی قطعۂ خط کو چُھو رہا ہو ۔ قطعۂ خط کے دوسرے سرے کے سامنے والے مسطر کے نشان کو دیکھ کر ہم قطعۂ خط کی لمبائی معلوم کر لیتے ہیں ۔

شکل 8 میں دکھائے گئے قطعہ خط کی لمبائی 3.6 سم یعنی 3 سم اور 6 مم ہے ۔

A B

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

شکل (8)

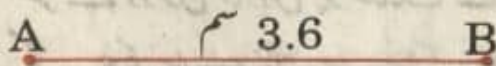
یاد رہے کہ چونکہ شعاع اور خط کی لمبائی لامتناہی ہوتی ہے ۔ اس لیے ان کی پیمائش نہیں ہو سکتی ۔

10.6 دی ہوئی لمبائی کا قطعۂ خط کھینچنا

فرض کیجیے ہمیں ایک قطعۂ خط 3.6 سم لمبا کھینچنا ہے ۔ ہم کاغذ پر ایک نقطہ A لیتے ہیں ۔ پھر مسطر کو کاغذ پر اس طرح رکھتے ہیں کہ 0 سم کا نشان A کے سامنے ہو ۔ اب مسطر پر 3 سینٹی میٹر کے نشان کے آگے 6 چھوٹے نشان گِنتے ہیں ۔ اور چھٹے نشان کے سامنے ایک نقطہ B لگا لیتے ہیں ۔
اب ہم پنسل کی نوک کو B سے A تک (یا A سے B تک) مسطر کے کنارے کے ساتھ ساتھ سرکاتے ہیں ۔ مسطر کو اٹھانے پر ہمیں کاغذ پر مطلوبہ قطعۂ خط 3.6 سم لمبا مل جاتا ہے شکل (9) ۔

قطعۂ خط AB کی لمبائی کو $m\,\overline{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔

یہاں m انگریزی لفظ measure (یعنی مقدار) کا پہلا حرف ہے ۔
مثلاً شکل (9) میں

A 3.6 سم B

شکل (9)

$m\,\overline{AB}$ = 3.6 سم
(سم سینٹی میٹر کا مخفف ہے)

$m\,\overline{AB}$ کی جگہ بعض اوقات صرف $\overline{AB}$ بھی استعمال ہوتا ہے ۔

10.7 متماثل قطعاتِ خط

دو قطعاتِ خط متماثل کہلاتے ہیں اگر وہ لمبائی میں برابر ہوں ۔

مثلاً اگر

$$m\ \overline{AB} = 4 \text{ سم},\quad m\ \overline{CD} = 4 \text{ سم}$$

تو ایسی صورت میں $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ متماثل ہوں گے ۔

تماثل (متماثل ہونے) کی علامت ≅ ہے

دو متماثل خطوط AB اور CD کو ہم اس طرح لکھتے ہیں ۔

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

یا

$$m\ \overline{AB} \cong m\ \overline{AB}$$

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ کو پڑھتے ہیں :

قطعۂ خط AB قطعۂ خط CD کے متماثل ہے

A B
C D
شکل (10)

متماثل نہ ہونے کی علامت ≇ ہے ۔

$$\overline{PQ} \ncong \overline{RS}$$

یا

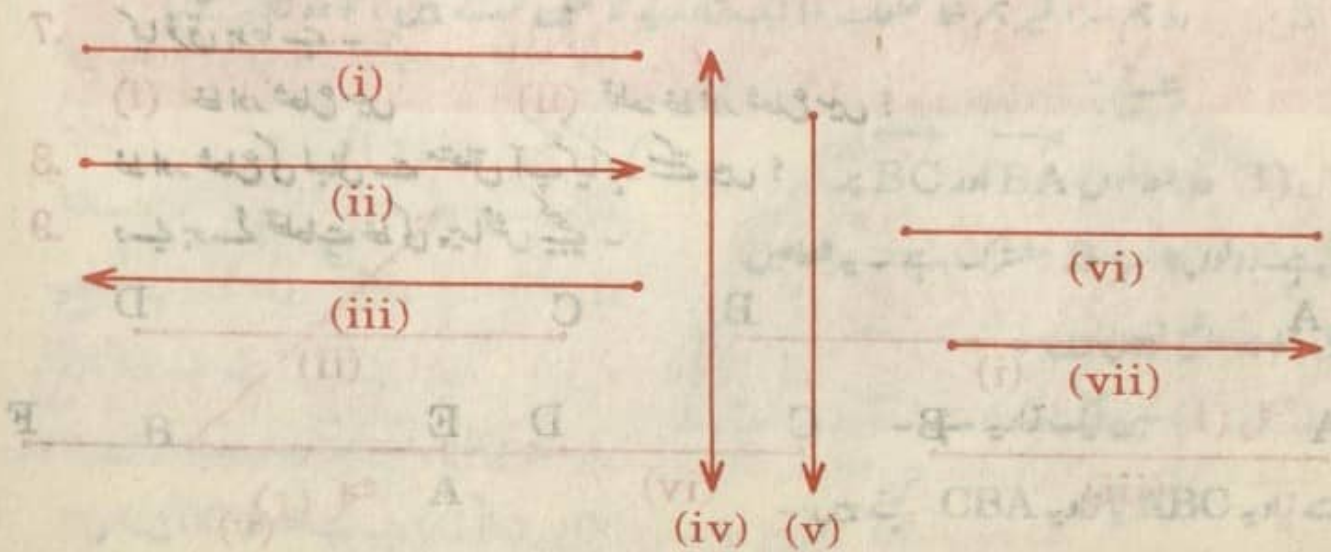
$$m\,\overline{PQ} \ncong m\,\overline{RS}$$

کا مطلب ہے کہ قطعۂ خط PQ قطعۂ خط RS کے متماثل نہیں ہے ۔

P Q
R S
شکل (11)

مشق 10.1

1. ذیل میں سے قطعۂ خط ، شعاع یا خط علیحدہ کریں ۔ ان پر مناسب نقاط لے کر ان کے نام لکھیے ۔

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

2. مندرجہ ذیل علامتی ناموں کو الفاظ میں لکھیے ۔

(i) $\overrightarrow{CD}$ (ii) $\overleftrightarrow{LM}$ (iii) $\overline{PQ}$

(iv) $\overrightarrow{AB}$ (v) $\overrightarrow{XY}$ (vi) $\overline{EF}$

3. دیے ہوئے ناموں کو علامتی طور پر لکھیے ۔

(i) شعاع PQ (ii) خط CD (iii) قطعۂ خط ST

(iv) خط AB (v) قطعۂ خط MN (vi) شعاع EF

(vii) قطعۂ خط LM کی لمبائی ۔

4. علامتی طور پر لکھیے ۔

(i) قطعۂ خط AB متماثل ہے قطعۂ خط EF کے ۔

(ii) قطعۂ خط CD متماثل نہیں ہے قطعۂ خط LM کے ۔

5. $\overline{CD}$ اور $m\,\overline{CD}$ میں کیا فرق ہے ۔

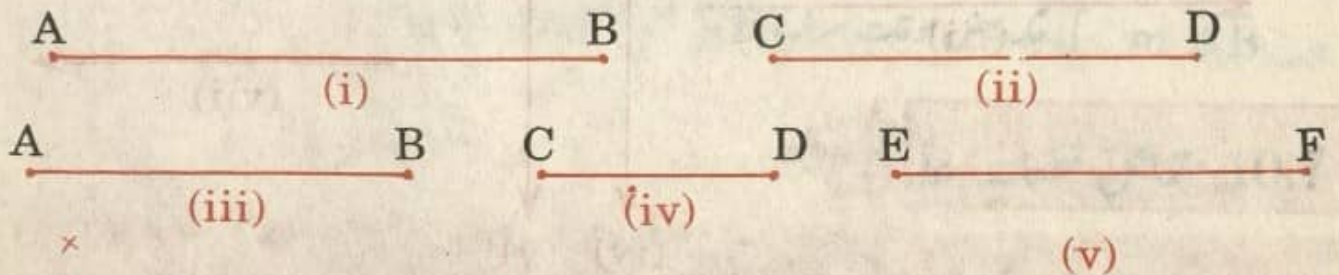
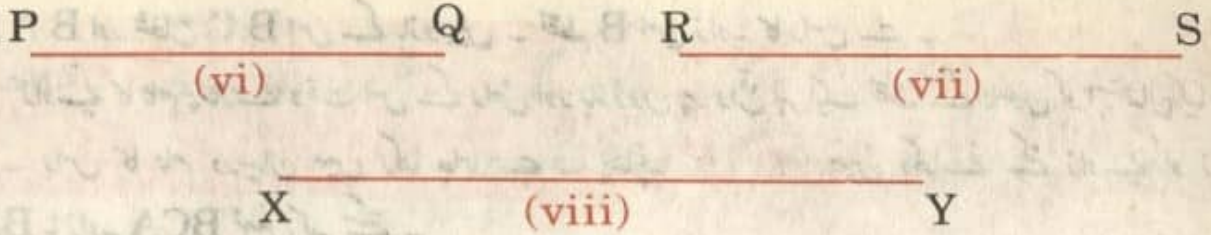
6. کتنے سرے ہوتے ہیں ۔

(i) خط کے (ii) شعاع کے (iii) قطعۂ خط کے ؟

7. کیا فرق ہوتا ہے ۔

(i) خط اور شعاع میں (ii) قطعۂ خط اور شعاع میں ؟

8. خط اور شعاع کی لمبائی سے متعلق آپ کیا کہہ سکتے ہیں ؟

9. دیے ہوئے قطعاتِ خط کی پیمائش کیجیے ۔

10. دی ہوئی لمبائیوں کے قطعاتِ خط کھینچیے ۔

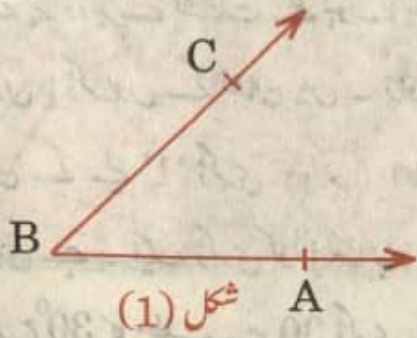
(i)	5.5 cm	(ii)	5.7 cm	(iii)	7.3 cm
(iv)	3.5 cm	(v)	8.6 cm	(vi)	4.1 cm
(vii)	9.2 cm				

11. اپنی ریاضی کی کتاب کی لمبائی اور چوڑائی مسطر سے ماپیے ۔

12. ایک میٹر ٹیپ حاصل کیجیے ، اس کی مدد سے اپنے کمرۂ جماعت کی لمبائی اور چوڑائی ماپیے ۔

10.8 زاویہ اور اُس کی پیمائش

زاویہ سے متعلق کچھ واقفیت ہم پچھلی جماعتوں میں حاصل کر چکے ہیں ۔ مثلاً ہم جانتے ہیں کہ :

1. زاویہ دو ہم سرا غیر ہم خط شعاعوں پر مشتمل ہوتا ہے ۔
2. جن شعاعوں پر زاویہ مشتمل ہوتا ہے انھیں زاویہ کے بازو کہتے ہیں ۔ شعاعوں کے مشترک سرے کو زاویے کا راس کہتے ہیں ۔
3. دو ہم سرا غیر ہم خط قطعاتِ خط ایک زاویے کا تعین کرتے ہیں ، گو وہ زاویہ نہیں بناتے ۔

شکل (1)

شکل (1) دو شعاعوں $\overrightarrow{BA}$ اور $\overrightarrow{BC}$ پر مشتمل ہے۔ دونوں کا سرا B مشترک ہے ۔ یہ شعاعیں ایک ہی خط پر واقع نہیں ہیں ۔

لہٰذا شکل (1) میں ایک زاویہ ہے ۔

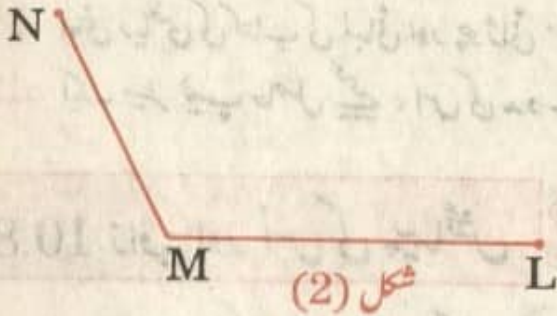
اسے زاویہ ABC یا زاویہ CBA کہتے ہیں ۔

شعاع B A اور شعاع B C اس کے بازو ہیں ۔ نقطہ B اس زاویہ کا راس ہے ۔

زاویے کا نام پکارتے وقت اس کے راس اور بازؤوں پر واقع ہر ایک نقطہ کے ناموں کو استعمال کیا جاتا ہے ۔ راس کا نام درمیان میں رکھا جاتا ہے ۔ چنانچہ شکل (1) میں دکھائے گئے زاویے کو زاویہ BAC یا زاویہ BCA نہیں کہہ سکتے ۔

اگر کوئی نقطہ ایک ہی زاویے کا راس ہو تو اُس زاویے کو محض راس کے نام سے بھی پکار سکتے ہیں ۔ چنانچہ شکل (1) کے زاویے کو زاویہ B بھی کہہ سکتے ہیں ۔

زاویہ کے لیے علامت " ∠ " استعمال ہوتی ہے ۔ لہٰذا زاویہ B کو ∠B بھی لکھتے ہیں ۔

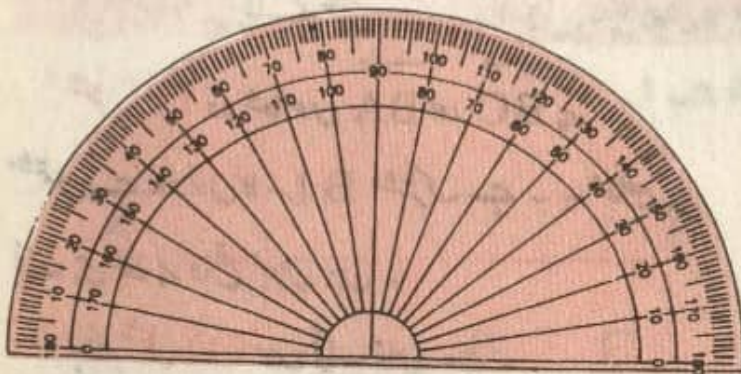
شکل (2)' دو قطعاتِ خط M L اور M N پر مشتمل ہے ۔ اس طرح یہ قطعاتِ خط ہم سرا اور غیر ہم خط ہیں ۔ پس ہم کہتے ہیں کہ قطعاتِ خط M L اور M N ایک زاویہ کا تعین کرتے ہیں ۔ اسے زاویہ L M N یا زاویہ N M L کہیں گے ۔ اسے M ∠ بھی کہہ سکتے ہیں ۔

N

M

L

شکل (2)

10.9 پروٹریکٹر :

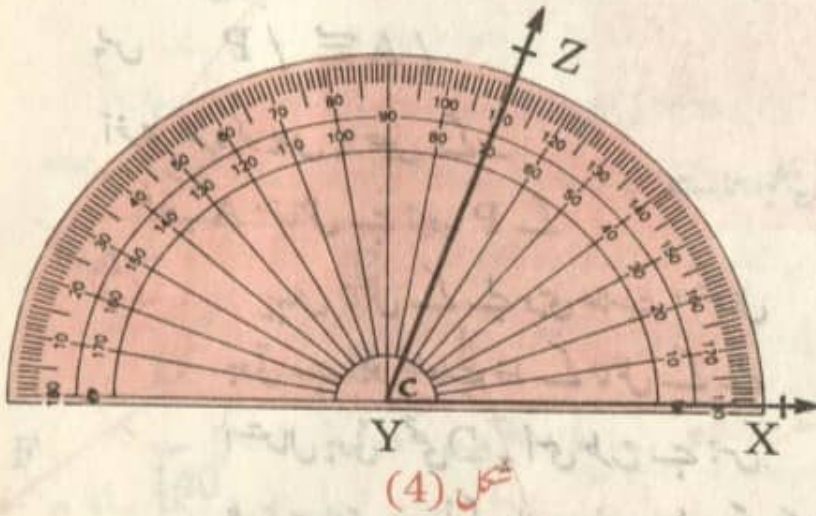
زاویہ کی پیمائش کے لیے جو آلہ استعمال ہوتا ہے اسے پروٹریکٹر (Protractor) کہتے ہیں ۔
(عام طور پر اسے 'ڈی' کہتے ہیں کیونکہ یہ انگریزی حرف D کی شکل کا ہے)

شکل (3) میں ایک پروٹریکٹر دکھایا گیا ہے ۔ اس کے دو کنارے ہیں ۔ ایک سیدھا اور ایک ٹیڑھا (جو نصف دائرہ بنا رہا ہے) ٹیڑھے کنارے پر دوہرے نشانات لگے ہوئے ہیں ۔ یہ درجوں یا ڈگریوں کے نشان ہیں ۔ زاویہ کی پیمائش کے لیے '1' ڈگری (درجہ) اکائی کا کام دیتی ہے ۔ ایک ڈگری کو 1° لکھا جاتا ہے

شکل (3)

اسی طرح 30° کا مطلب ہے 30 ڈگری یا 30 درجے اور اس کو 30° لکھا جاتا ہے

پروٹریکٹر کے ٹیڑھے کنارے پر جو دوہرے نشان لگے ہیں ، یہ ڈگریوں کے نشان ہیں ۔ یہ نشانات دائیں سے بائیں اور بائیں سے دائیں 0^o سے 180^o تک ہیں ۔

دوہرے نشانات کا فائدہ آگے چل کر بیان کیا جائے گا ۔

پروٹریکٹر کے سیدھے کنارے کے عین درمیان میں ایک نقطہ ہے (جسے سہولت کی خاطر شکل میں C کا نام دیا گیا ہے)۔یہ پروٹریکٹر کا مرکز ہے ۔

شکل (4)

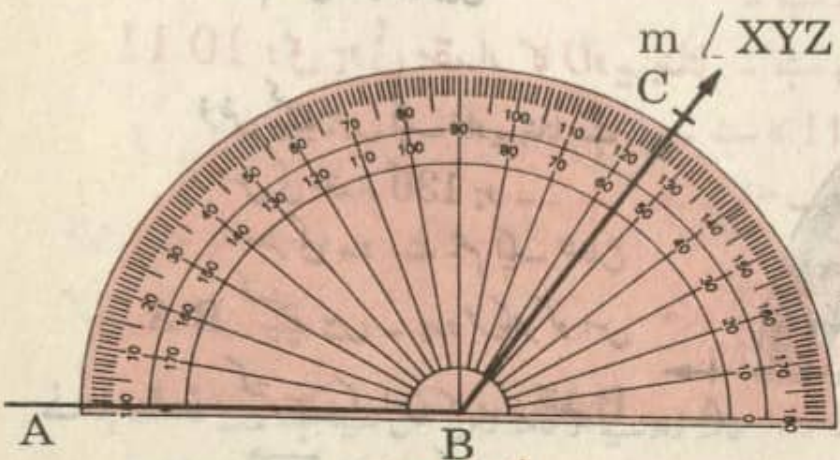
اگر کسی زاویے $\angle XYZ$ کی پیمائش کرنا مطلوب ہو تو پروٹریکٹر کے سیدھے کنارے کو اس کے ایک بازو $\overrightarrow{YX}$ کے ساتھ اس طرح رکھیے کہ نقطہ Y پروٹریکٹر کے مرکز کے بالکل قریب ہو اور c کا نشان Y کے اوپر ہو ۔ $\overrightarrow{YZ}$ پروٹریکٹر کے جس نشان میں سے گزرتی ہے اُس سے زاویے کی ڈگری کی مقدار معلوم ہو جاتی ہے ۔

شکل (4) میں $\angle XYZ$ کی ڈگری مقدار 70 ہے ۔ یعنی یہ زاویہ 70 درجے کا ہے ۔
یاد رہے کہ زاویے کی ڈگری مقدار اُسی قطار میں پڑھی جائے گی جس میں متعلقہ 0^o کا نشان ہے ۔ (اوپر کی شکل میں 0^o کا نشان نچلی قطار میں ہے ۔ اسی لیے نچلی قطار میں 70 کا عدد ہی اس زاویے کی ڈگری مقدار ہے) ۔

$$m\angle XYZ = 70^o$$

شکل (5)

شکل (5) میں

لیجیے $m\angle ABC = 125^o$

یہاں $\overrightarrow{BA}$ جس 0^o کے نشان میں سے گزرتی ہے ۔ وہ اوپر والی قطار میں ہے ۔ اس لیے $\overrightarrow{BC}$ کے سامنے کا نشان بھی اُوپر کی قطار میں دیکھا اور پڑھا جائے گا ۔

10.10 زاویوں کا تماثل

اگر دو زاویوں کی ڈگری مقدار یکساں ہو تو انہیں متماثل زاویے کہتے ہیں ۔

شکل 6(a)

شکل 6(b)

شکل 6(a), 6(b) میں

$\angle BAC = 55^\circ$ اور $\angle QPR = 55^\circ$

یعنی $m\angle A = m\angle P$

پس $\angle A \cong \angle P$

آخری فقرہ کو یوں پڑھیں گے ۔

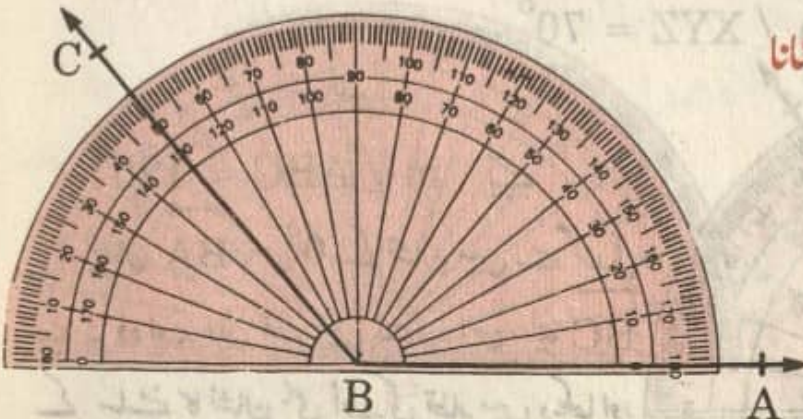
زاویہ A متماثل ہے زاویہ P کے

نوٹ : یہاں تماثل کے لیے وہی علامت استعمال ہوتی ہے جو قطعاتِ خط کے تماثل کے لیے استعمال ہوئی تھی ۔ یہ اُسی طرح ہے جس طرح مساوی ہونے کی علامت ' = ' ہر جگہ ایک ہی استعمال ہوتی ہے، چاہے ہمارا سروکار حسابی جملوں کی مساوات سے ہو یا الجبری جملوں کی مساوات سے ۔

$m\angle A = m\angle B$ اور $\angle A \cong \angle B$

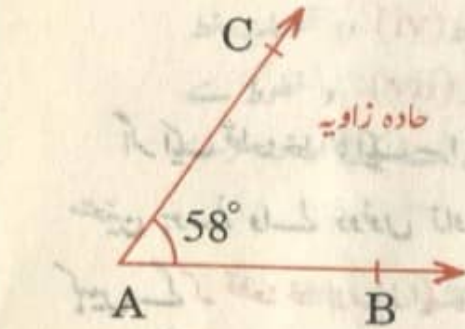
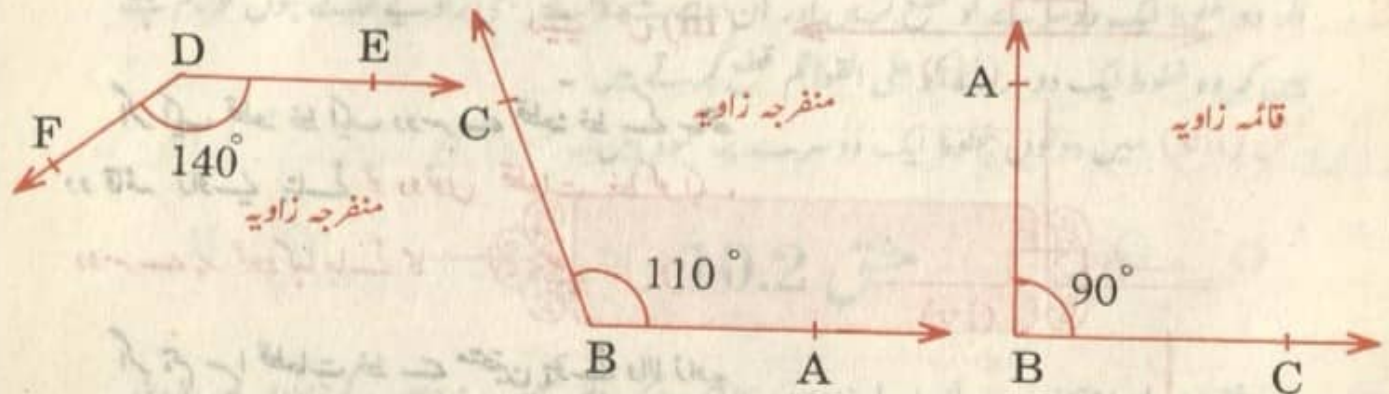
ہم معنی فقرے ہیں

10.11 دی ہوئی مقدار کا زاویہ بنانا

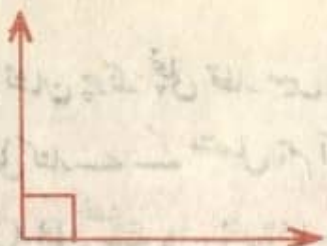
فرض کیجیے ہمیں ایک زاویہ بنانا ہے جس کی مقدار 130° ہو ۔ مسطر کی مدد سے ہم ایک شعاع BA کھینچتے ہیں ۔ پروٹریکٹر کو اس طرح رکھتے ہیں کہ اس کا مرکز نقطہ B ہو اور $\overrightarrow{BA}$ صفر کے نشان پر سے

شکل (7)

گزرے ۔ صفر کا نشان چونکہ نچلی قطار میں لیا گیا ہے اس لیے اسی قطار میں 130 کے نشان کے پاس پروٹریکٹر کے بیرونی کنارے کے متصل ہم ایک نقطہ لگا دیتے ہیں۔ پھر پروٹریکٹر کو ہٹا کر اس نقطے میں سے گزرتی ہوئی شعاع BC کھینچتے ہیں جس کا سرا نقطہ B ہے ۔ B∠ مطلوبہ زاویہ ہے ۔

10.12 زاویوں کی اقسام

کسی زاویے کی مقدار °0 اور °180 کے درمیان کچھ بھی ہو سکتی ہے ۔

°90 سے کم مقدار کا زاویہ "حادہ زاویہ"
°90 کا زاویہ "قائمہ زاویہ"
اور °90 سے زیادہ مقدار کا زاویہ "منفرجہ زاویہ" کہلاتا ہے ۔

زاویہ A، °58 کا ہے ۔ یہ ایک حادہ زاویہ ہے ۔
زاویہ B، °90 کا ہے ۔ یہ ایک قائمہ زاویہ ہے ۔
زاویہ C ایک منفرجہ زاویہ ہے کیونکہ یہ °110 کا ہے ۔
زاویہ D °140 کا ہے ۔ اس لیے یہ بھی ایک منفرجہ زاویہ ہے ۔

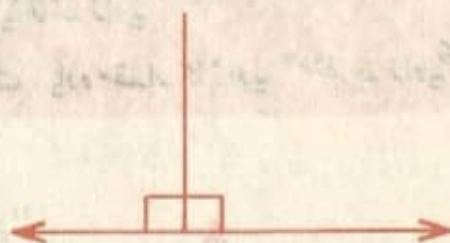
10.13 خط ، قطعہ خط وغیرہ پر عمود

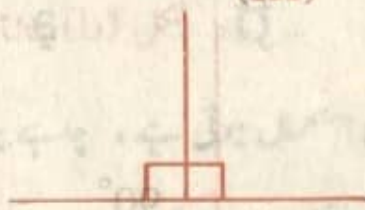
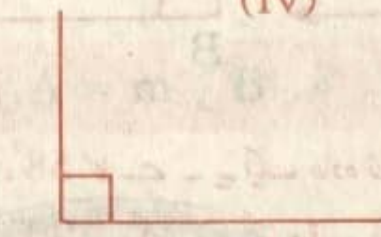
'قائمہ' کا مطلب ہے "سیدھا کھڑا ہونے والا" قائمہ زاویے کو قائمہ زاویہ اس لیے کہتے ہیں کہ اسے بنانے والی دونوں شعاعوں میں سے ہر ایک شعاع دوسری پر سیدھی کھڑی معلوم ہوتی ہے ۔

اگر دو شعاعیں قائمہ زاویے کے بازو ہوں تو اُن میں سے ہر ایک کو دوسری پر عمود کہا جاتا ہے ۔

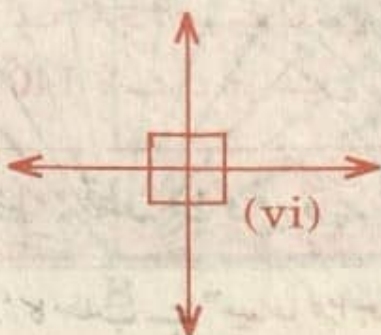
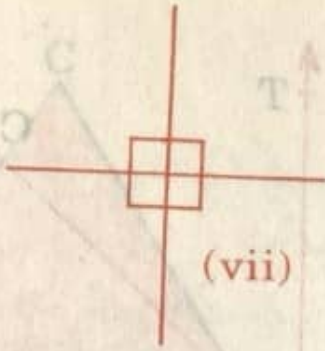
دیکھیے شکل (i)

اگر ایک شعاع ایک خط کے ساتھ اس طرح دو قائمہ زاویے بنائے کہ اس کا سرا خط پر واقع ہو تو ہم کہیں گے شعاع اور خط ایک دوسرے پر عمود ہیں ۔

(دیکھیے شکل (ii))

اگر ایک قطعۂ خط کا ایک سرا ایک خط پر واقع ہو اور متعین ہونے والے دونوں زاویے قائمے ہوں تو ہم کہیں گے کہ قطعۂ خط اور خط ایک دوسرے پر عمود ہیں

دیکھیے شکل (iii)

اگر ایک قطعۂ خط ایک دوسرے قطعۂ خط کے ساتھ دو قائمہ زاویے بنائے تو دونوں قطعات خط کو ایک دوسرے پر عمود کہا جائے گا دیکھیے شکل (iv)

اگر ہم سرا قطعاتِ خط سے متعین ہونے والا زاویہ قائمہ ہو تو بھی انہیں ایک دوسرے پر عمود کہا جاتا ہے

دیکھیے شکل (v)

اگر دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں اور اس طرح سے بننے والے چاروں زاویے قائمے ہوں تو ہم کہیں گے کہ دونوں خطوط ایک دوسرے پر عمود ہیں ۔

دیکھیے شکل (vi)

اگر قطعاتِ خط ایک دوسرے کو قطع کریں اور اس طرح سے متعیّن ہونے والے چاروں زاویے قائمے ہوں تو انہیں ایک دوسرے پر عمود کہا جائے گا۔

دیکھیے شکل (vii)

(vii)

مختصر طور پر ہم یوں کہہ سکتے ہیں کہ اگر

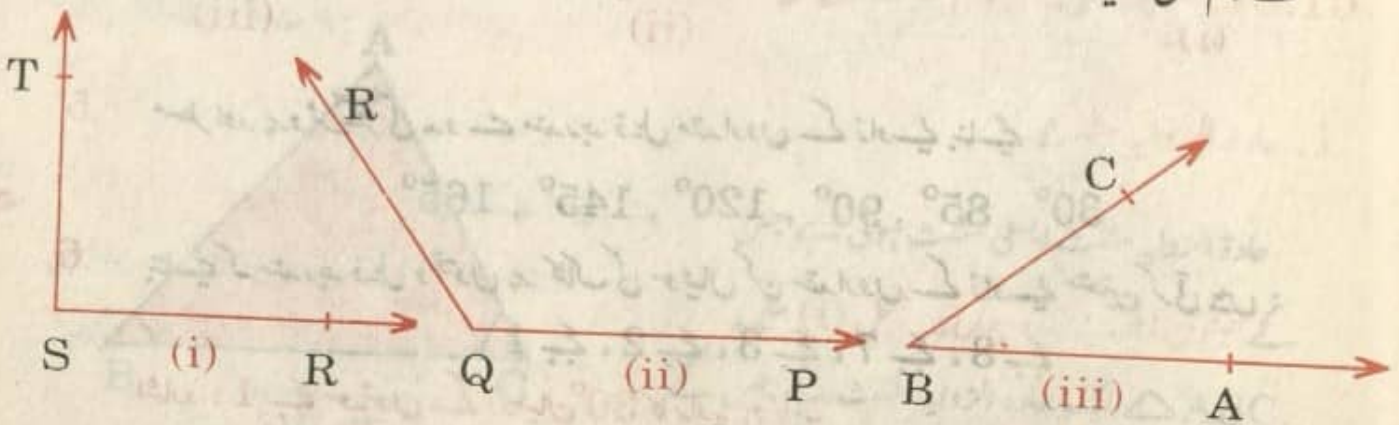
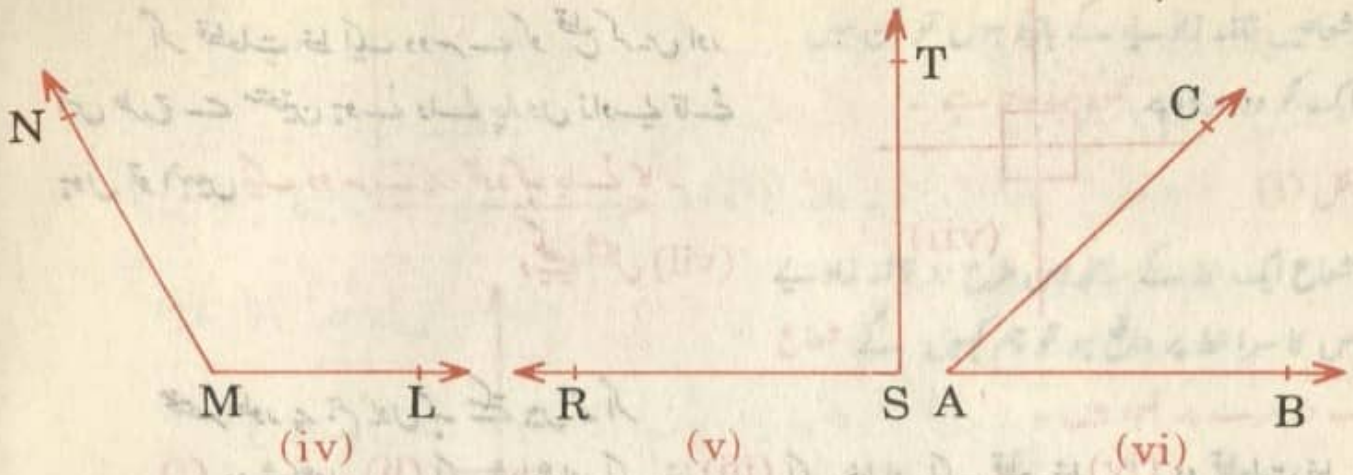
(i) دو شعاعوں (ii) ایک شعاع اور ایک خط (iii) ایک خط اور ایک قطعہ خط (iv) دو قطعاتِ خط (v) دوہم سرا قطعات خط (vi) دو قطعاتِ خط (جو ایک دوسرے کو قطع کریں) اور (vii) دو خطوط سے بننے والے یا متعیّن ہونے والے زاویے قائمے ہوں تو ہر صورت میں اُن میں سے ایک کو دوسرے پر عمود کہا جائے گا۔

نوٹ 1 کسی زاویے کے راس پر ∟ کا نشان یہ ظاہر کرتا ہے کہ وہ زاویہ قائمہ ہے۔

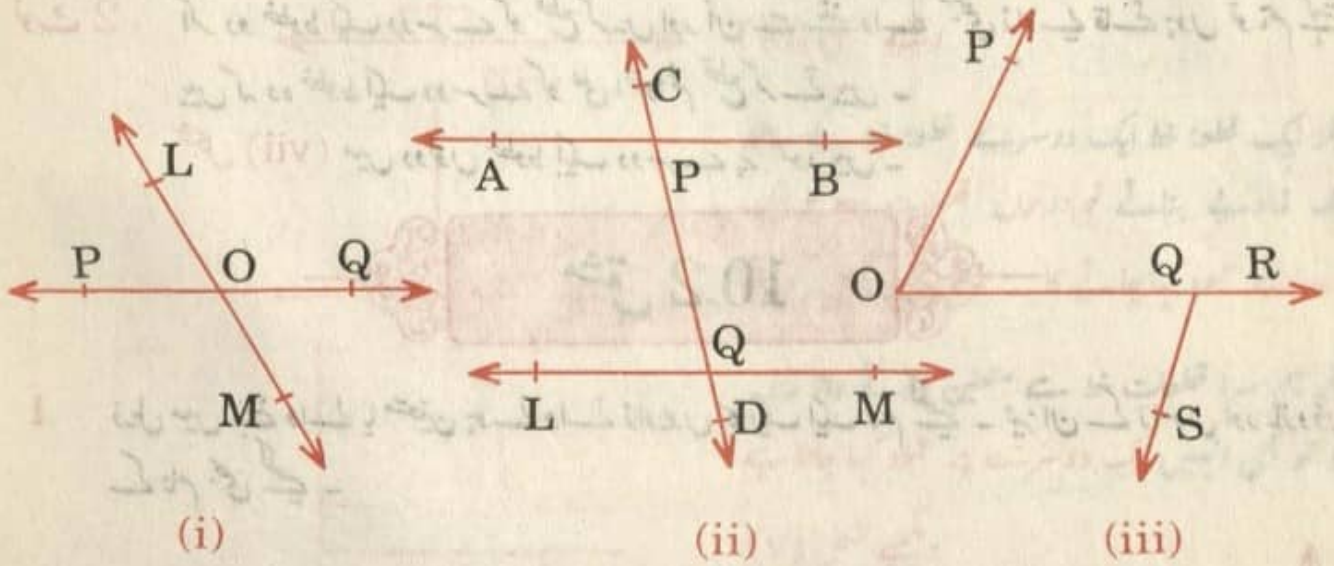
نوٹ 2 اگر دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کریں اور اُن سے بننے والے سبھی زاویے قائمے ہوں تو ہم کہتے ہیں کہ وہ خطوط ایک دوسرے کو علی القوائم قطع کرتے ہیں۔

شکل (vii) میں دونوں خطوط ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

مشق 10.2

1. ذیل میں بننے والے یا متعیّن ہونے والے زاویوں کا ایک ایک نام لکھیے۔ نیز ان کے راسوں اور بازوؤں کے نام بھی لکھیے۔

.2 سوال 1 میں دیے ہوئے زاویوں میں سے ہر ایک کی پیمائش کیجیے ۔

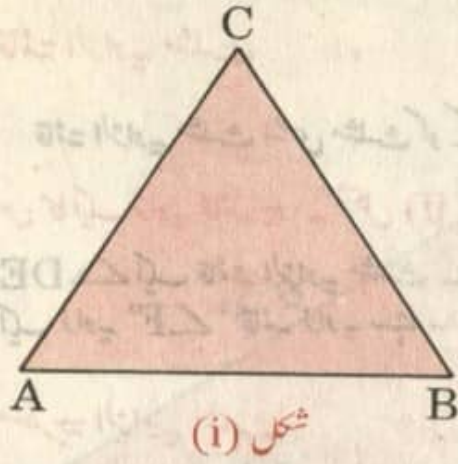
.3 سوال 1 میں دیے ہوئے ہر زاویے کے متعلق بتائیے کہ وہ حادہ ہے یا قائمہ یا منفرجہ ۔

.4 ذیل میں دی ہوئی ہر شکل میں جو زاویے بن رہے ہیں ، ان میں سے ہر ایک کا ایک ایک نام لکھیے ، ان سب کی پیمائش کیجیے اور بتائیے کہ ان میں سے کون کون سے متماثل ہیں ۔

.5 مسطر اور پروٹریکٹر کی مدد سے مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویے بنائیے :

30^{o} , 85^{o} , 90^{o} , 120^{o} , 145^{o} , 165^{o}

.6 بتائیے کہ مندرجہ ذیل وقتوں پر کلاک کی سوئیاں کن مقداروں کے زاویے متعین کرتی ہیں :

1 بجے ، 2 بجے ، 3 بجے ، 7 بجے ، 8 بجے

اشارہ : 1 بجے سوئیوں کے درمیان 30^{o} کا زاویہ ہوگا ۔

شکل (i)

10.14 مثلث اور اس کی اقسام

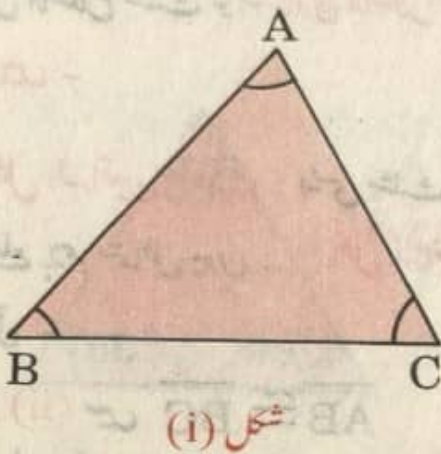
مثلث : ہم بند اشکال ، کُھلی اشکال ، سادہ اشکال اور غیر سادہ اشکال سے متعلق پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں ۔ سامنے دکھائی گئی شکل (i) ایک سادہ بند شکل ہے جو تین قطعاتِ خط AB ، BC اور CA پر مشتمل ہے ۔ اسے مثلث ABC کہتے ہیں ۔

مثلث یا تکون ایسی سادہ بند شکل کو کہتے ہیں جو تین قطعاتِ خط پر مشتمل ہو ۔

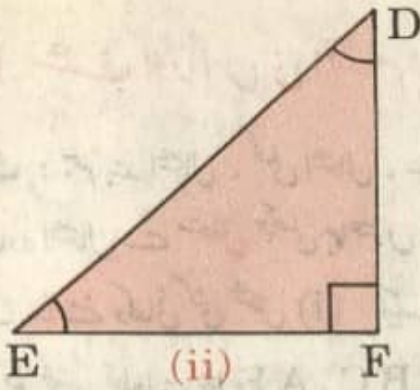
مثلث کے لیے علامت △ استعمال ہوتی ہے ۔
مثلث ABC کو △ABC لکھ سکتے ہیں ۔

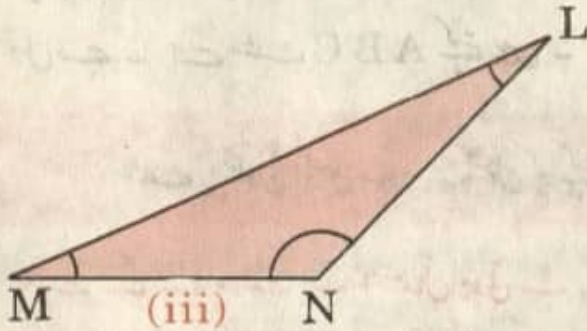
نقاط A ، B اور C مثلث ABC کے راس اور قطعاتِ خط AB ، BC اور CA اس کے اضلاع ہیں ۔ کسی مثلث کے ضلعوں سے متعین ہونے والے زاویے مثلث کے زاویے کہلاتے ہیں ۔ ∠BAC, ∠ABC اور ∠ACB مثلث ABC کے زاویے ہیں ۔ انہیں مختصراً ∠A, ∠B, اور ∠C بھی کہہ سکتے ہیں ۔

مثلث کے تینوں ضلعوں اور تینوں زاویوں کو اُس کے عناصر یا اجزائے ترکیبی کہا جاتا ہے ۔ ہر مثلث کے 6 عناصر ہوتے ہیں ۔ یعنی تین ضلع اور تین زاویے ۔

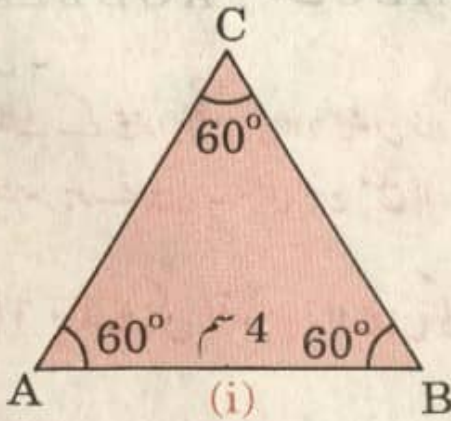
10.15 مثلث کی اقسام زاویوں کی مقداروں کے لحاظ سے

1. حادۃ الزوایہ مثلث

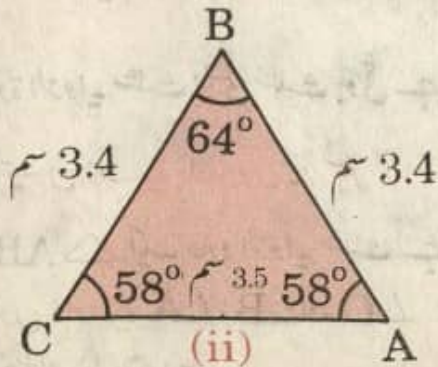
شکل (i)

حادۃ الزوایہ مثلث ایسی مثلث ہوتی ہے جس کے تینوں زاویے حادہ ہوں ۔ شکل (i) میں △ABC ایک حادہ الزوایہ مثلث ہے جس کے تینوں زاویے ∠A ، ∠B اور ∠C حادہ زاویے ہیں ۔

2. قائمۃ الزاویہ مثلث

قائمۃ الزاویہ مثلث ایسی مثلث کو کہتے ہیں جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو ۔ شکل (ii) میں DEF△ ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے جس کا ایک زاویہ F∠' قائمہ زاویہ ہے ۔

3. منفرجۃ الزاویہ مثلث

منفرجۃ الزاویہ مثلث ایسی مثلث ہوتی ہے جس کا ایک زاویہ منفرجہ ہو ۔ شکل (iii) میں LMN△ ایک منفرجۃ الزاویہ مثلث ہے جس کا ایک زاویہ N∠، منفرجہ ہے

10.16 مثلث کی اقسام اضلاع کی لمبائیوں کے لحاظ سے

1. متماثل الاضلاع مثلث : ایسی مثلث کو کہتے ہیں جس کے تینوں اضلاع باہم متماثل ہوں ۔ جیسا کہ شکل (i) سے ظاہر ہے ۔ سامنے دی گئی شکل (i) میں چونکہ $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

اس لیے مثلث ABC متماثل الاضلاع مثلث ہے متماثل الاضلاع مثلث کو متساوی الاضلاع مثلث بھی کہتے ہیں ۔

2. متماثل الساقین مثلث : ایسی مثلث جس کے دو ضلعے باہم متماثل ہوں ۔ متماثل الساقین مثلث کہلاتی ہے ۔

شکل (ii) میں $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

اس لیے یہ ایک متماثل الساقین مثلث ہے ۔

متماثل الساقین مثلث کو متساوی الساقین مثلث بھی کہتے ہیں

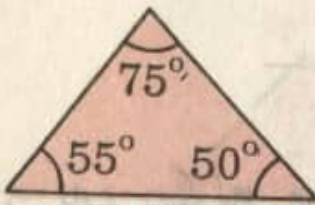
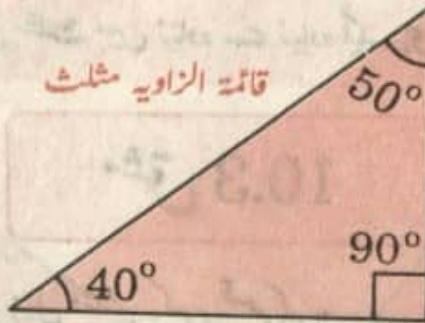
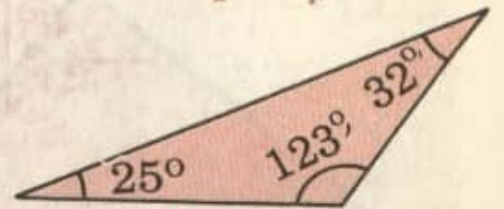
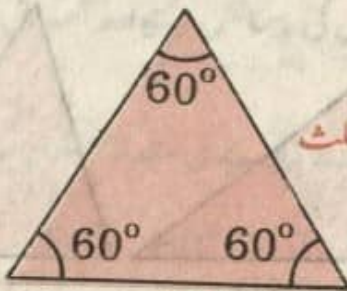
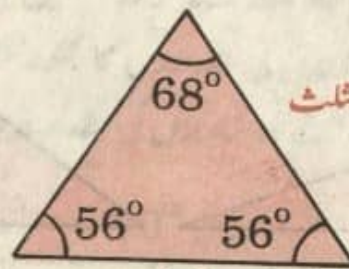
3. مختلف الاضلاع مثلث : ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع لمبائی میں مختلف ہوں ۔ مختلف الاضلاع مثلث کہلاتی ہے ۔ جیساکہ شکل (iii) سے ظاہر ہے ۔

نوٹ : یاد رکھیے کہ

(i) متماثل الاضلاع مثلث کے تینوں زاویے متماثل ہوتے ہیں اور ان میں سے ہر ایک زاویہ 60° کا ہوتا ہے ۔

(ii) متماثل الساقین مثلث میں متماثل الاضلاع کے سامنے کے زاویے متماثل ہوتے ہیں

10.17 مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

نیچے دی گئی اشکال دیکھیے ۔

شکل (i) میں مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

$50^\circ + 75^\circ + 55^\circ = 180^\circ$

شکل (ii) میں مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

$90^\circ + 50^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

شکل (iii) میں مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

$123^\circ + 32^\circ + 25^\circ = 180^\circ$

شکل (iv) میں مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

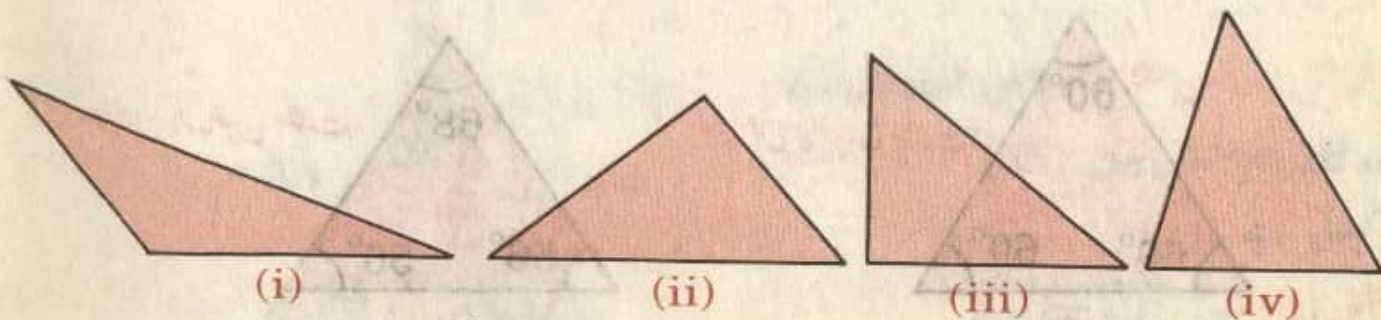
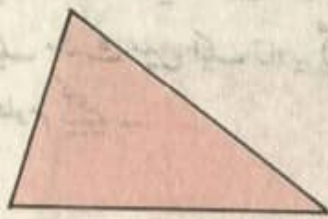
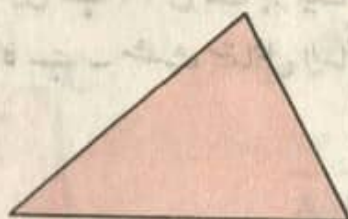
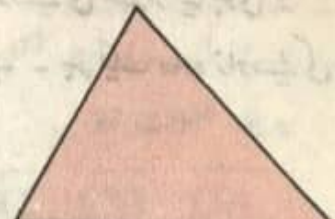
شکل (v) میں مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

$56^\circ + 68^\circ + 56^\circ = 180^\circ$

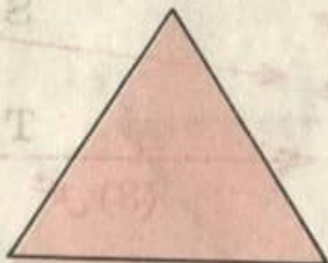
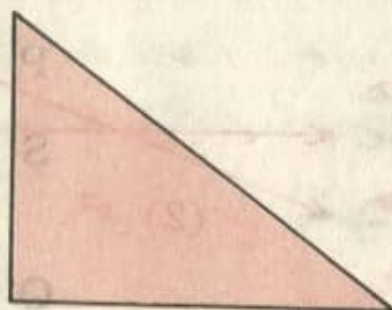
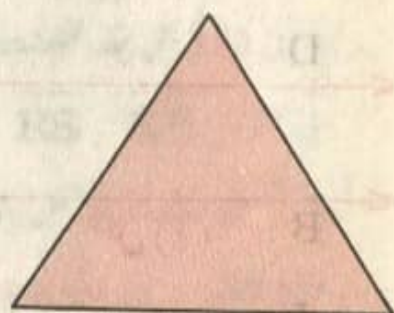
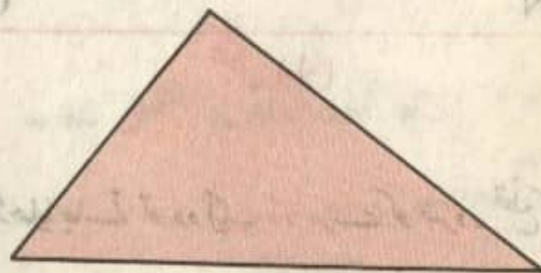
آپ کوئی بھی مثلث لیجیے ، اُس کے زاویوں کی پیمائش کرنے پر معلوم ہوگا کہ مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے ۔

اس سے یہ بھی معلوم ہُوا کہ کسی مثلث میں زیادہ سے زیادہ ایک ہی زاویہ قائمہ یا منفرجہ ہو سکتا ہے ۔

مشق 10.3

1. زاویوں کے لحاظ سے مندرجہ ذیل مثلثیں کس قسم کی ہیں :

(i) (ii) (iii) (iv)

(v) (vi) (vii)

2. دی گئی مثلثوں کے اضلاع کی پیمائش کیجیے اور بتائیے کہ یہ مثلثیں کس قسم کی ہیں ۔ (اضلاع کے لحاظ سے)

(i) (ii) (iii)

(iv) (v)

3. تین غیر ہم خط* نقاط لے کر دو مثلثیں بنائیے ۔ ان کے زاویوں کی پیمائش کیجیے اور تصدیق کیجیے کہ ہر مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہے ۔

4. ذیل میں مثلث کے دو زاویوں کی مقداریں دی ہوئی ہیں ۔ تیسرے زاویے کی مقدار معلوم کیجیے ۔

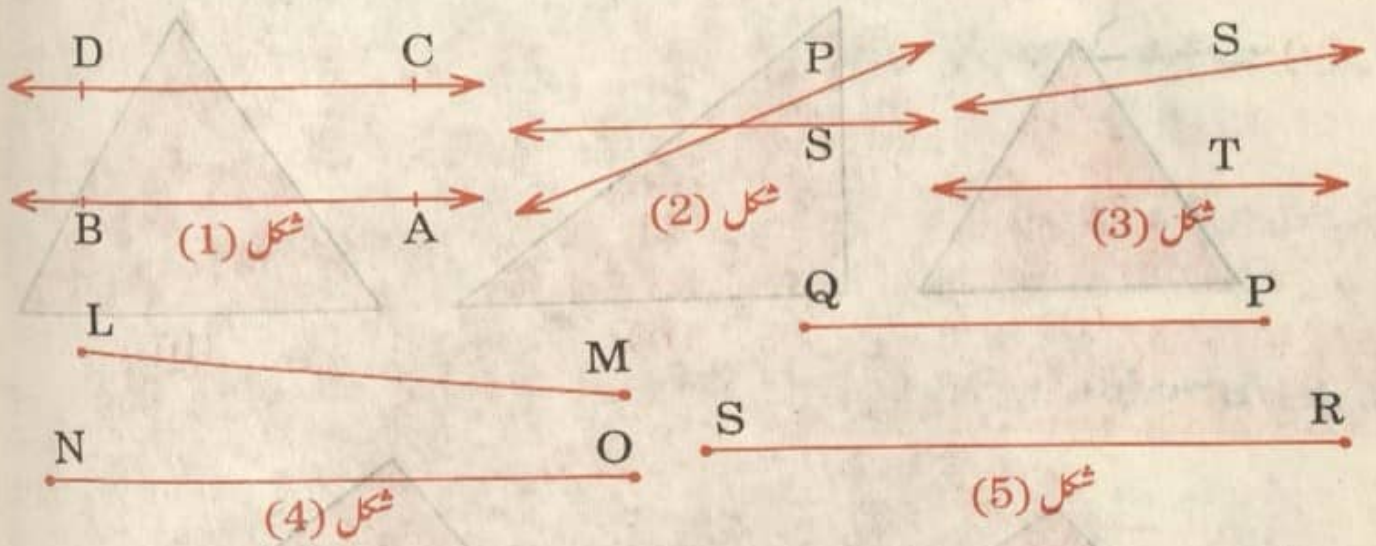
(i) $80^\circ, 80^\circ$ (ii) $30^\circ, 65^\circ$ (iii) $70^\circ, 70^\circ$ (iv) $56^\circ, 63^\circ$

---

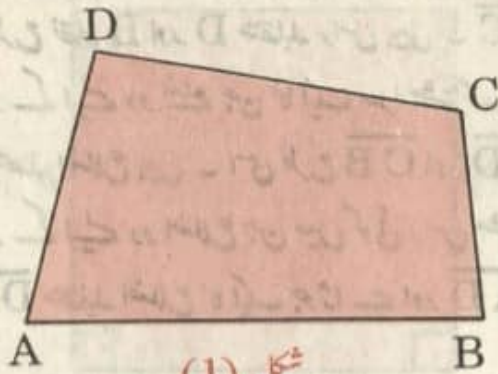
* ایسے نقاط جو ایک خط پر واقع نہ ہوں غیر ہم خط نقاط کہلاتے ہیں ۔

5. ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کا ایک حادہ زاویہ 30° کا ہے ۔ دوسرے حادہ زاویے کی مقدار کیا ہوگی ؟
6. ایک قائمۃ الزاویہ مثلث متماثل الساقین ہے ، اُس کے ہر ایک حادہ زاویے کی مقدار کیا ہوگی ؟
7. ایک مثلث میں ایک زاویہ 130° کا ہے ۔ مثلث متماثل الساقین ہے ۔ ہر ایک حادہ زاویے کی مقدار معلوم کیجیے ۔

10.18 متوازی خطوط — متوازی قطعاتِ خط :

اگر دو خطوط ایک دوسرے کو قطع نہ کریں تو وُہ متوازی خطوط کہلاتے ہیں ۔ شکل (1) کے خطوط $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ متوازی ہیں جبکہ شکل (2) کے خطوط غیر متوازی ہیں ۔ اسی طرح شکل (3) کے خطوط بھی غیر

متوازی ہیں کیونکہ اگر دونوں خطوط کے نقوش کو بائیں طرف بڑھایا جائے تو وہ ایک دُوسرے کو ضرور قطع کریں گے ۔

دو قطعاتِ خط بالترتیب دو متوازی خطوط پر واقع ہوں تو وہ **متوازی قطعات** کہلاتے ہیں ۔
شکل (4) کے قطعاتِ خط متوازی ہیں جبکہ شکل (5) کے قطعاتِ خط غیر متوازی ہیں ۔ عملی زندگی میں کاغذ کے چورس تختہ کے آمنے سامنے کے کنارے ، چورس میز اور کمرے کے فرش کے آمنے سامنے کے کنارے اور ریل کی پٹڑی پر بچھی ہوئی لائینیں ہمیں متوازی قطعاتِ خط کا تصوّر دیتی ہیں ۔

10.19 چوکور :

سامنے ایک سادہ بند شکل دکھائی گئی ہے ۔ یہ چار قطعاتِ خط

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

پر مشتمل ہے ۔ یہ ایک چوکور ہے ۔

شکل (1)

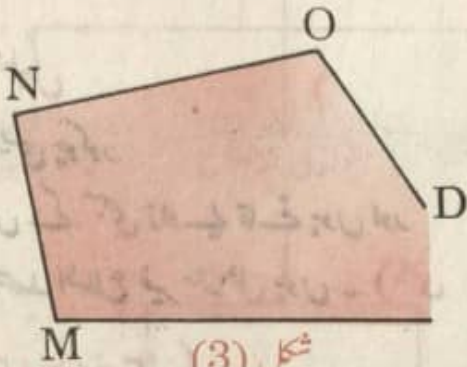
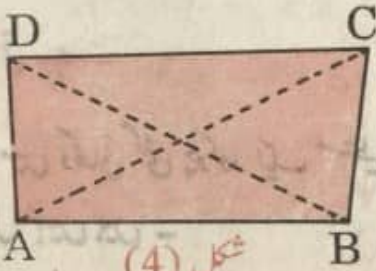
چوکور ایسی سادہ بند شکل کو کہتے ہیں جو چار قطعاتِ خط پر مشتمل ہو ۔

شکل (2) بھی چار قطعاتِ خط

$\overline{SP}$, $\overline{RS}$, $\overline{QR}$, $\overline{PQ}$

پر مشتمل ہے ۔ یہ شکل بند تو ہے مگر سادہ نہیں ۔ اس لیے یہ چوکور نہیں ۔

شکل (2)

شکل (3) چار قطعاتِ خط پر مشتمل ہے ۔ یہ سادہ ہے مگر بند نہیں ۔ اس لیے یہ بھی چوکور نہیں ۔

شکل (3)

اب شکل (4) پر غور کیجیے ۔ نقاط A، B، C اور D چوکور ABCD کے راس ہیں ۔ اور $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CD}$ اور $\overline{DA}$ اس کے اضلاع ہیں ۔

شکل (4)

راس A اور C کو متقابلہ راس کہتے ہیں ۔
اسی طرح نقاط B اور D متقابلہ راس ہیں ۔ $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ اس چوکور کے وتر کہلاتے ہیں ۔
چوکور کے ایسے دو ضِلعے جن کا ایک سرا مشترک ہو "متصلہ اضلاع" کہلاتے ہیں ۔ شکل (4) میں $\overline{AB}$ اور $\overline{AD}$ متصلہ اضلاع ہیں ۔ اسی طرح $\overline{CB}$ اور $\overline{CD}$ بھی متصلہ اضلاع ہیں ۔
چوکور کے ایسے دو اضلاع جن میں کوئی راس مشترک نہ ہو ، "متقابلہ اضلاع کہتے ہیں ۔ شکل (4) میں $\overline{AB}$ ، $\overline{DC}$ متقابلہ اضلاع کا ایک جوڑا ہے اور $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ متقابلہ اضلاع کا دوسرا جوڑا ہے ۔

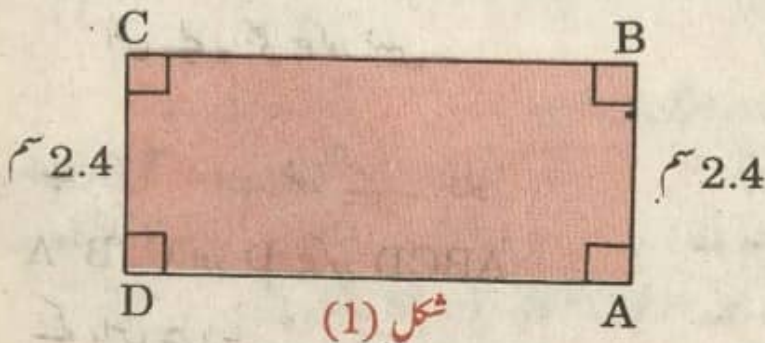
چوکور کا نام پکارنے کا طریقہ :

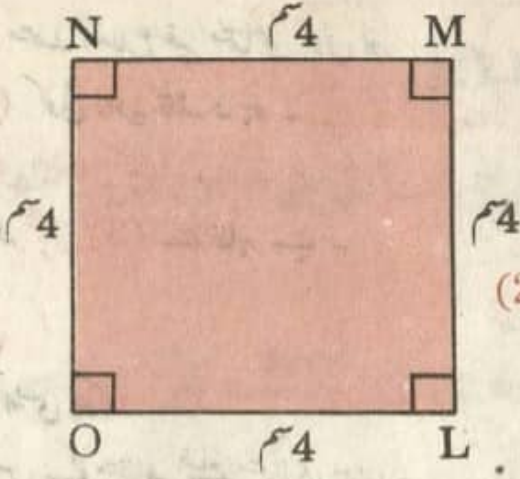
کسی چوکور کا نام کئی طریقوں سے پکارا جاسکتا ہے ۔ کسی ایک راس سے شروع کیجیے اور باقی راسوں کے نام ترتیب وار موافق سمت ساعت یا مخالف سمت ساعت ملا کر پکاریے ۔ مثلاً شکل (4) میں دی گئی چوکور کو چوکور ABCD یا چوکور ADCB وغیرہ پڑھتے ہیں یاد رہے کہ چوکور کو پڑھنے کے لیے راسوں کی ترتیب ضروری ہے ۔

10.20 چوکور کی اقسام

چوکور کی اقسام بیان کرنے کے لیے اُس کے اضلاع اور زاویوں کو ایک ساتھ مدّنظر رکھا جاتا ہے ۔ چوکور کی اقسام مندرجہ ذیل ہیں :

1. مستطیل

ایسی چوکور
(i) جس کے سبھی زاویے قائمے ہوں اور
(ii) متصلہ اضلاع غیر متماثل ہوں ۔ (یعنی لمبائی میں برابر نہ ہوں)
مستطیل کہلاتی ہے ۔

شکل (1)

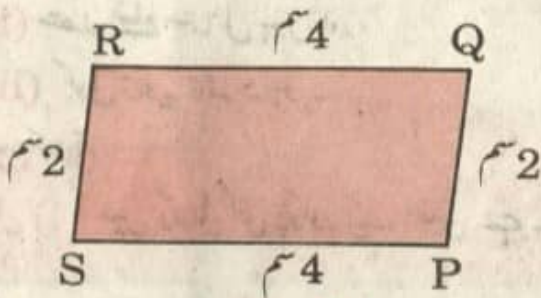
شکل (1) میں دکھائی گئی چوکور ایک مستطیل ہے کیونکہ اس کے چاروں زاویے قائمے ہیں اور کوئی دو متصلہ اضلاع متماثل نہیں ہیں ۔

2. مربع

ایسی چوکور

(i) جس کے سبھی زاویے قائمے ہوں اور

(ii) سبھی اضلاع متماثل ہوں ۔

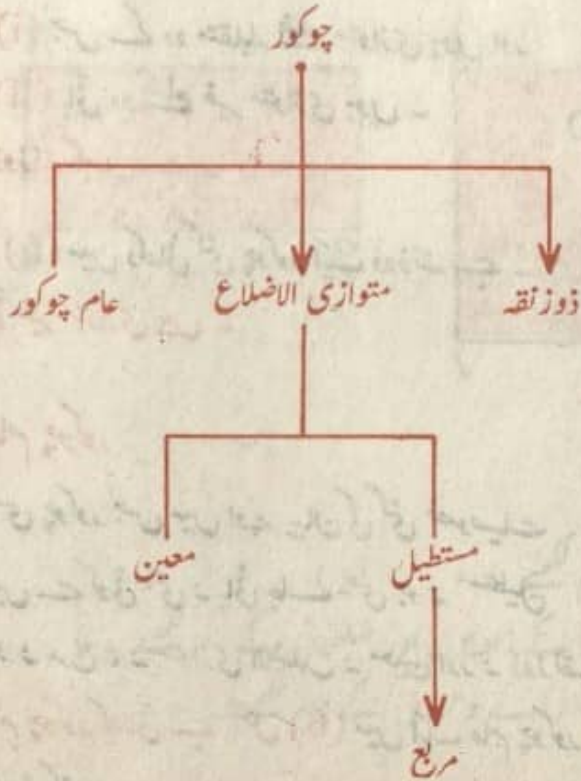
مربع کہلاتی ہے ۔

جیسا کہ شکل (2) سے ظاہر ہے ۔

3. متوازی الاضلاع :

ایسی چوکور

(i) جس کے متقابلہ اضلاع متماثل ہوں

نوٹ : چوکور کی قِسمیں بیان کرنے کا روایتی طریقہ یہ ہے کہ پہلے چوکور کی خاص قِسمیں ذوزنقہ اور متوازی الاضلاع بیان کی جائیں پھر متوازی الاضلاع کی خاص قسموں کے طور پر معین اور مستطیل کی تعریفیں بیان کی جائیں اور مربع کی تعریف ایک خاص مستطیل کے طور پر بتائی جائے ۔

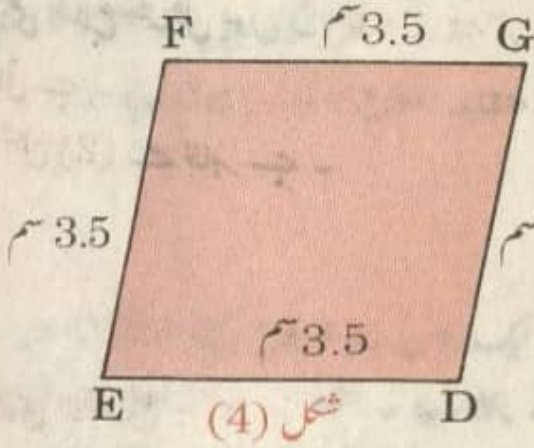
یہ طریقہ منطقی طور پر دُرست ہے لیکن طلبہ کے لیے اُلجھاؤ کا باعث ہوتا ہے ۔ اس لیے آج کل رُجحان یہی ہے کہ چوکور کی ہر قسم کو بلاواسطہ چوکور کے ساتھ مربُوط کیا جائے ۔ (روایتی طریقے کا شجرہ اُوپر دکھایا گیا ہے) ۔

(ii) متصلہ اضلاع غیر متماثل ہوں اور

(iii) کوئی زاویہ قائمہ نہ ہو ۔

متوازی الاضلاع کہلاتی ہے ۔

جیساکہ شکل (3) سے ظاہر ہے ۔

4. معین

ایسی چوکور

(i) جس کے متقابلہ ضلعے متوازی ہوں ۔

(ii) متصلہ ضلعے متماثل ہوں اور

(iii) کوئی زاویہ قائمہ نہ ہو ۔

معین کہلاتی ہے ۔

شکل (4) میں دکھائی گئی چوکور ایک معین ہے ۔

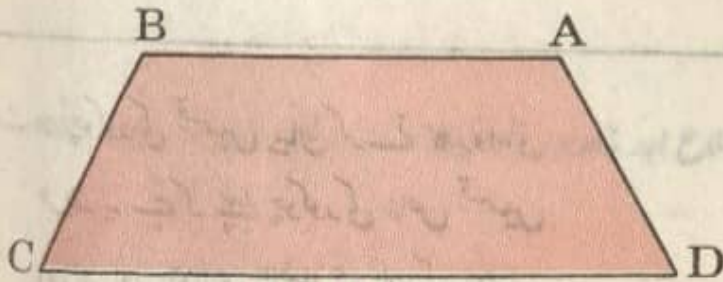
شکل (4)

5. ذوزنقہ

ایسی چوکور

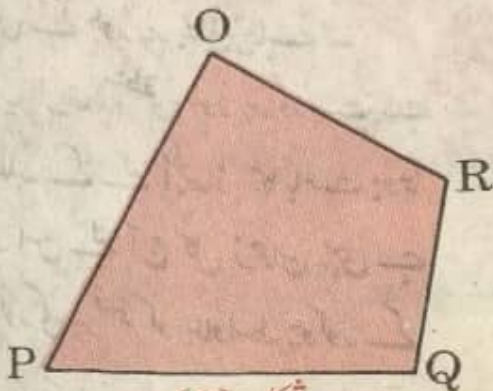
(i) جس کے دو متقابلہ ضلعے متوازی ہوں اور

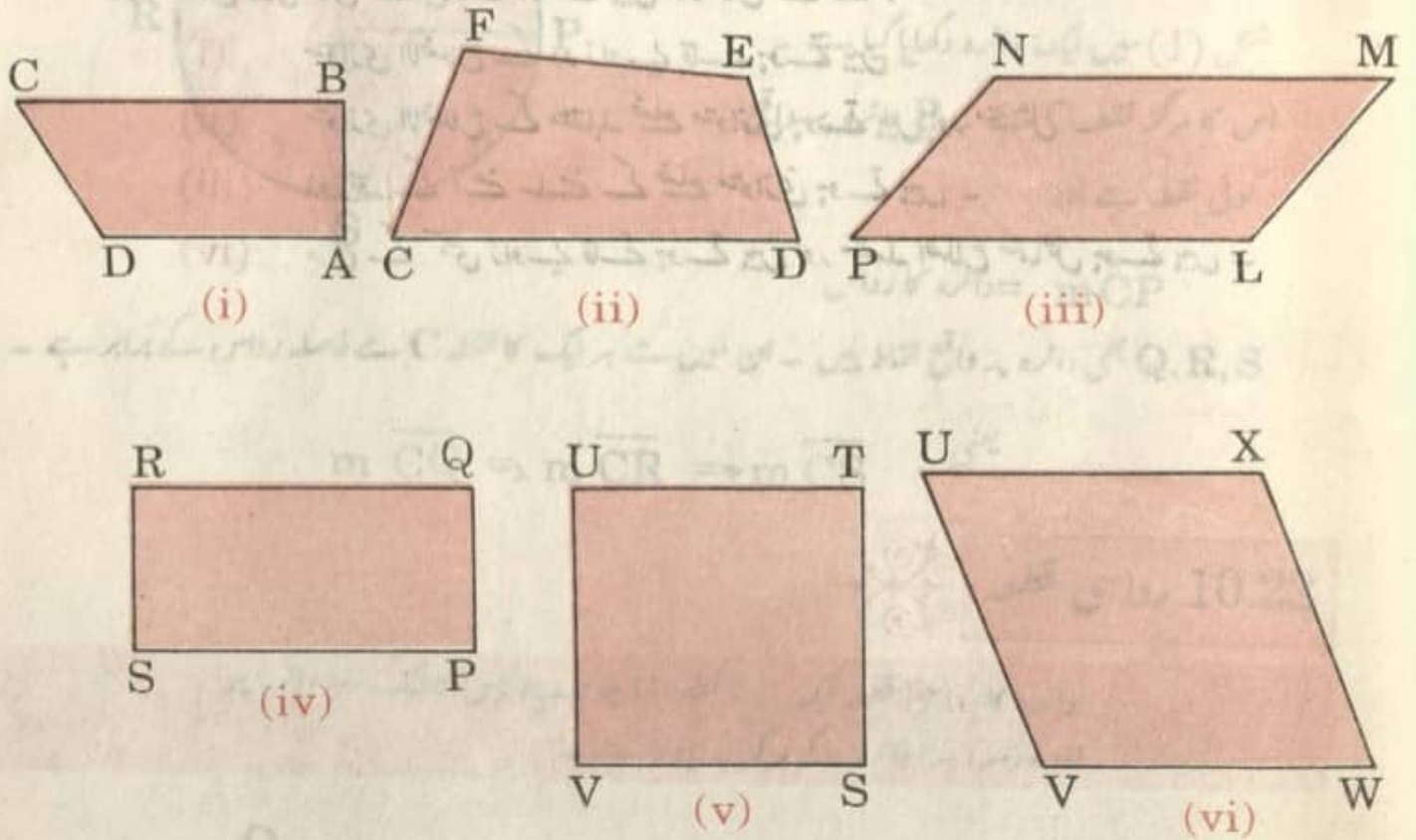
(ii) باقی دو ضلعے غیر متوازی ہوں ۔

ذوزنقہ کہلاتی ہے ۔

شکل (5)

شکل (5) میں دکھائی گئی چوکور ایک ذوزنقہ ہے ۔ اس کے اضلاع $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ متوازی ہیں اور $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ غیر متوازی ہیں ۔

6. عام چوکور

ایسی چوکور جس میں اوپر بیان کی گئی خصوصیات میں سے کوئی بھی نہ پائی جائے یعنی جو نہ مستطیل ہو نہ مربع ، نہ متوازی الاضلاع نہ معین اور نہ ذوزنقہ عام چوکور کہلاتی ہے شکل (6) میں ایک عام چوکور دکھائی گئی ہے ۔

شکل (6)

1. کاپی کے صفحے پر چار نقاط اس طرح سے لیجیے کہ ان میں سے کوئی تین ہم خط نہ ہوں ۔ مسطر سے انھیں ترتیب وار ملا کر چوکور بنائیے ۔
2. چار نقاط لے کر ایک چوکور بنائیے ۔
3. کارڈ بورڈ کا ایک چھوٹا سا چورس تختہ لیجیے ۔ اُسے اپنی کاپی کے صفحے پر رکھ کر اور کناروں کے ساتھ ساتھ پنسل کی نوک پھیر کر ایک مستطیل بنائیے ۔
4. ذیل میں دی ہوئی ہر چوکور کے متعلق بتائیے کہ وہ کس قسم کی ہے ۔

5. سوال نمبر 4 میں دی ہوئی ہر چوکور کے دو دو نام لکھیے ۔
6. سوال نمبر 4 میں دی گئی چوکور نمبر (i) اور (ii) کے زاویوں اور ضلعوں کے نام لکھیے ۔
7. سوال نمبر 4 میں دی گئی چوکور نمبر (iii) اور (iv) کے وتروں کے نام لکھیے ۔

8. کیا فرق ہوتا ہے :

(i) مستطیل اور متوازی الاضلاع میں ۔

(ii) متوازی الاضلاع اور معین میں ۔

(iii) معین اور مربع میں ۔

(iv) متوازی الاضلاع اور ذوزنقہ میں ۔

(v) ذوزنقہ اور عام چوکور میں ۔

(vi) مستطیل اور مربع میں ۔

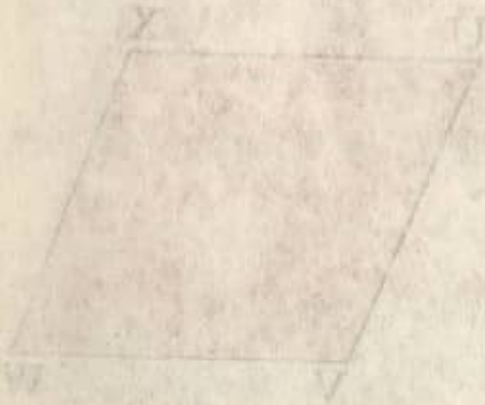
9. چوکور کی قسمیں بیان کیجیے اور ہر ایک کی تعریف لکھیے ۔

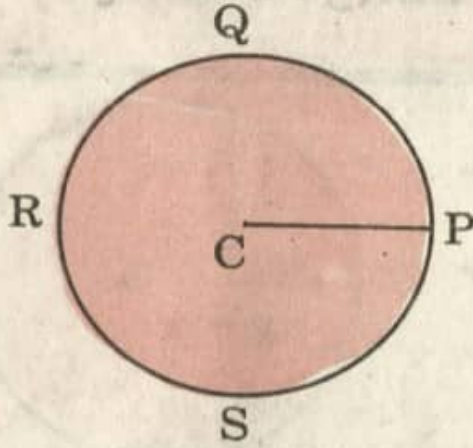
10. درجِ ذیل کون سے بیانات دُرست ہیں اور کون سے غلط ؟

(i) متوازی الاضلاع کے دو زاویے قائمے ہوتے ہیں ۔

(ii) متوازی الاضلاع کے متقابلہ ضلعے متوازی ہوتے ہیں اور متماثل ۔

(iii) ذوزنقہ کے آمنے سامنے کے ضلعے متوازی ہوتے ہیں ۔

(iv) مربع کے سبھی زاویے قائمے ہوتے ہیں اور متصلہ اضلاع متماثل ہوتے ہیں ۔

10.21 دائرہ

دائرہ ایسے تمام نقاط پر مشتمل ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک نقطہ ایک دیے ہوئے نقطے سے یکساں فاصلے پر ہوتا ہے ۔

دیا ہُوا نقطہ دائرہ کا مرکز کہلاتا ہے
مرکز سے دائرہ پر واقع ہر نقطے کا فاصلہ دائرہ کا "رداس" کہلاتا ہے ۔

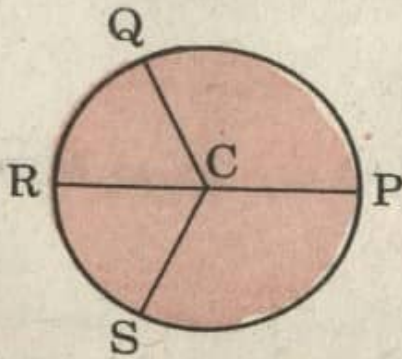
شکل (1) میں ایک دائرہ دکھایا گیا ہے ۔
اس کا مرکز نقطہ C ہے ۔ P دائرہ پر واقع کوئی نقطہ ہے اور

$m\overline{CP} =$ دائرہ کا رداس

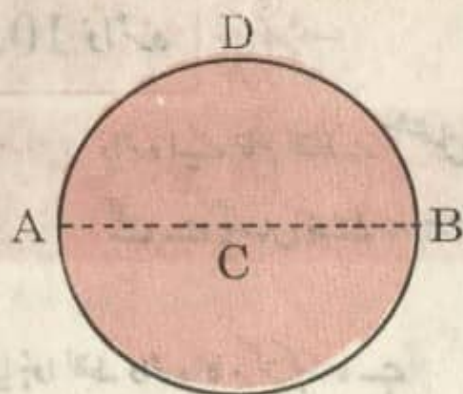
Q, R, S بھی دائرہ پر واقع نقاط ہیں ۔ ان میں سے ہر ایک کا نقطہ C سے فاصلہ رداس کے برابر ہے ۔

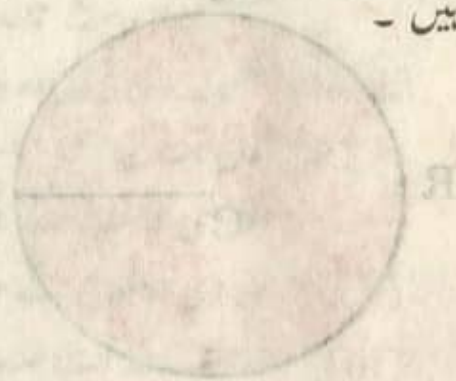
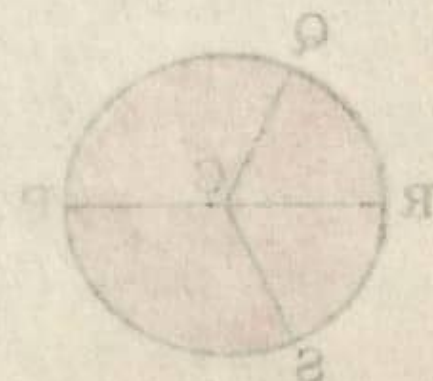
یعنی $m\overline{CQ} = m\overline{CR} = m\overline{CS}$

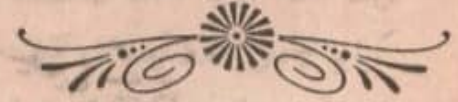
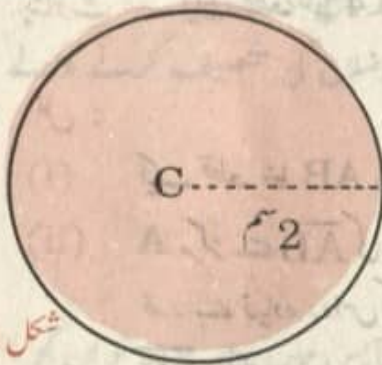
10.22 رداسی قطعہ

دائرہ کا رداسی قطعہ ایک ایسا قطعۂ خط ہوتا ہے جس کا ایک سرا دائرہ پر اور دوسرا سرا دائرہ کے مرکز پر ہوتا ہے ۔

شکل (2) میں قطعہ خط C P ، قطعہ خط C Q قطعہ خط C R اور قطعہ خط C S دائرہ کے رداسی قطعات ہیں ۔
دائرہ کے رداسی قطعات کی لمبائی برابر ہوتی ہے ۔

رداسی قطعہ خط کی لمبائی کو رداس کہتے ہیں ۔

10.23 قوس

شکل (3) میں نقاط A ، B دائرہ کو دو برابر حصوں ADB اور BEA میں تقسیم کرتے ہیں ہر حصہ ایک قوس ہے ۔ انہیں ہم قوس ADB اور قوس BEA کہتے ہیں ۔

شکل (3)

11

عملی جیومیٹری

11.1 دائرہ کی بناوٹ :

C
2 سم
شکل (1)

2 سم رداس کا ایک دائرہ بنائیے ۔

عمل : (i) کاپی کے صفحہ پر ایک نقطہ C لیا ۔

(ii) پرکار کو مسطر پر رکھ کر 2 سم کے برابر کھولا ۔

(iii) پرکار کو ہاتھ میں پکڑ کر سوئی والی نوک کو نقطہ C پر رکھا ۔

(iv) پرکار کے پنسل والے بازو کو اس طرح گھمایا کہ پنسل کی نوک کاغذ کو مس کرتی ہوئی گزرے ۔ اس طرح ایک چکر پُورا کیا ۔

(v) پرکار کو اُٹھانے پر مطلوبہ دائرہ حاصل ہوگیا ۔ (شکل 1)

مشق 11.1

.1 مندرجہ ذیل رداسوں کے دائرے کھینچیے ۔

(i) 2.6 سم (ii) 3.8 سم (iii) 4.5 سم (iv) 4.3 سم

.2 (i) کیا دائرہ سادہ بند شکل ہوتا ہے ؟

(ii) دائرہ خطِ مستقیم ہوتا ہے یا خطِ منحنی ۔

.3 ایک قطعۂ خط AB ، 5 سم لمبا کھینچیے ۔ نقطہ A اور نقطہ B کو مرکز مان کر باری باری 2.5 سم رداس کے دائرے کھینچیے ۔

کیا دونوں دائروں میں کوئی نقطہ مشترک ہے ؟

.4 2.5 سم اور 3.5 سم رداسوں کے دو دائرے کھینچیے ، جن کے مرکزوں کے درمیان 4 سم کا فاصلہ ہو ۔

11.2 قطعہ خط کی تنصیف

تنصیف کا لفظ عربی زبان کے لفظ نصف سے نکلا ہے اور نصف کے معنیٰ آدھا کے ہیں ۔
قطعۂ خط کی تنصیف کرنے کا مطلب ہے کسی قطعہ خط کو ایسے دو قطعاتِ خط میں تقسیم کرنا جو آپس میں لمبائی میں برابر ہوں ۔

اب ہم پرکار کی مدد سے قطعاتِ خط کی تنصیف کا طریقہ سیکھیں گے ۔

بناوٹ ایک قطعۂ خط 3.4 سم لمبا لیجیے اور پرکار کے استعمال سے اس کی تنصیف کیجیے ۔

عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB 3.4 سم لمبا لیا ۔

(ii) A مرکز سے $\overline{AB}$ کی لمبائی کے نصف سے قدرے زیادہ رداس کی ایک ایک قوس $\overline{AB}$ کے دونوں طرف لگائی ۔

(iii) B مرکز سے اسی رداس کی ایک ایک قوس اور لگائی ۔ اِن قوسوں نے پہلی قوسین کو نقاط L اور M پر قطع کیا ۔
L اور M کو ملایا ۔

(iv) قطعۂ خط LM نے قطعہ خط AB کو نقطہ C پر قطع کیا ۔
C مطلوبہ نقطہ تنصیف ہے ۔ یعنی

$$\overline{AC} \cong \overline{CB}$$

مشق 11.2

1. مندرجہ ذیل لمبائیوں کے قطعاتِ خط لے کر پرکار کے استعمال سے ان کی تنصیف کیجیے ۔

(i) 4.6 سم (ii) 5 سم (iii) 3.9 سم (iv) 2.7 سم

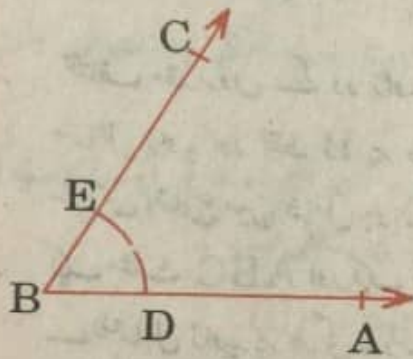
2. 5.6 سم لمبا قطعۂ خط لے کر پرکار کے استعمال سے اس کی تنصیف کیجیے ۔ پھر ان نصف حصوں میں سے ہر ایک کی تنصیف کیجیے ۔ اس طرح بننے والے چاروں حصوں کو ماپ کر دیکھیے کہ آیا ان میں سے ہر ایک کی لمبائی 1.4 سم ہے ۔
3. 6.4 سم لمبا قطعۂ خط کھینچیے اور پرکار کے استعمال سے اسے چار برابر حصوں میں تقسیم کیجیے ۔
4. ایک حادۃ الزوایہ مثلث ABC لیجیے ۔ اس کے تینوں اضلاع کی تنصیف کرنے والے خطوط کھینچیے ۔ کیا یہ تینوں خطوط ایک ہی نقطہ میں سے گزرتے ہیں ۔
5. قائمۃ الزاویہ مثلث ABC بنائیے ۔ جس کا زاویہ B قائمہ ہو ۔ $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ کو زاویہ قائمہ پر تنصیف کرنے والے خطوط کھینچیے ۔ کیا یہ خطوط ایک دوسرے کو $\overline{AC}$ پر قطع کرتے ہیں ۔
6. ایک مثلث منفرجۃ الزاویہ بنائیے اور منفرجہ زاویہ بنانے والے اضلاع کی تنصیف کرنے والے خطوط کھینچیے ۔

11.3 متماثل زاویے کی بناوٹ

پچھلے باب میں ہم پڑھ آئے ہیں کہ اگر "دو زاویوں کی مقداریں آپس میں برابر ہوں تو ان کو **متماثل زاویے** کہتے ہیں"۔

اب ہم پرکار کی مدد سے دیے ہوئے زاویے کے متماثل زاویہ بنانا سیکھتے ہیں جس کی وضاحت مندرجہ ذیل بناوٹ سے کی جاتی ہے ۔

بناوٹ : کسی مقدار کا ایک زاویہ ABC بنائیے اور زاویہ HLM زاویہ ABC کے متماثل کھینچیے ۔

عمل

(i) کسی مقدار کا ایک زاویہ ABC بنایا ۔
مرکز B سے کسی رداس کی ایک قوس کھینچی جس نے $\overrightarrow{BA}$ کو نقطہ D پر اور $\overrightarrow{BC}$ کو نقطہ E پر قطع کیا ۔

(ii) ایک شعاع LM کھینچی ۔ نقطہ L سے

اُسی رداس کی ایک قوس کھینچی جس رداس کی
نقطہ B پر ہے۔
مرکز L سے کھینچی گئی قوس نے $\overrightarrow{LM}$ کو
نقطہ F پر قطع کیا۔

H
G
L F M

(iii) مرکز F سے $\overline{DE}$ کی لمبائی کے برابر رداس
کی قوس لگائی، جس نے پہلی قوس کو
نقطہ G پر قطع کیا۔

(iv) نقاط L اور G کو ملانے والی شعاع کھینچی۔
$\angle HLM$ مطلوبہ زاویہ ہے۔

نوٹ: پیمائش سے معلوم ہُوا کہ
$\angle ABC \cong \angle HLM$

مشق 11.3

1. ایک زاویہ PQR بنائیے۔ مسطر اور پرکار کی مدد سے اس کے متماثل زاویہ LMN بنائیے۔
2. مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویے پروٹریکٹر کی مدد سے بنانے کے بعد پرکار کی مدد سے ان کے متماثل زاویے بنائیے اور پروٹریکٹر کی مدد سے پیمائش کرکے اپنے عمل کی تصدیق کیجیے۔

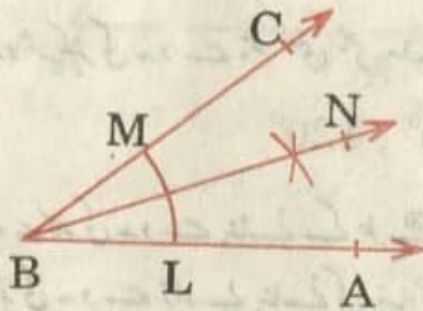
(i) 46° (ii) 75° (iii) 89° (iv) 110° (v) 132°

3. مختلف مقداروں کے دو زاویے لیجیے۔ پھر ایک قطعۂ خط AB لے کر نقطہ A پر ایک زاویے کے متماثل زاویہ اور نقطہ B پر دوسرے زاویے کے متماثل زاویہ اس طرح بنائیں کہ $\overline{AB}$ دونوں کے مشترک اضلاع میں شامل ہو۔
4. ایک مثلث ABC اور ایک قطعۂ خط LM لیجیے۔ نقطہ L پر $\angle A$ کے متماثل اور نقطہ M پر $\angle B$ کے متماثل زاویہ پرکار کی مدد سے بنائیے۔

5. ایک مثلث ABC بنائیے ۔ پروٹریکٹر استعمال کیے بغیر ایک اور مثلث FEG بنائیے جس میں $\angle E \cong \angle A$ اور $\angle F \cong \angle B$ ۔ پروٹریکٹر سے پیمائش کرکے پڑتال کیجیے کہ کیا $\angle C$ خود بخود $\angle G$ کے متماثل بن گیا ہے ۔

6. کسی مقدار کا ایک حادہ زاویہ بنائیے ۔ پرکار کی مدد سے ایک اور زاویہ ایسا بنائیے جو مقدار میں پہلے زاویے سے دگنا ہو ۔

11.4 زاویے کی تنصیف

دیے گئے زاویے کی تنصیف پرکار سے مندرجہ ذیل طریقے سے کی جاتی ہے ۔

(i) کسی مقدار کا ایک زاویہ ABC بنایا ۔

(ii) مرکز B سے کسی رداس کی ایک قوس لگائی ۔ جس نے $\overrightarrow{BA}$ کو L پر اور $\overrightarrow{BC}$ کو M پر قطع کیا ۔

(iii) نقاط L اور M مرکزوں سے ایک ہی رداس کی دو قوسیں کھینچیں جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ N پر قطع کیا ۔ شعاع BN کھینچی ۔

زاویہ ABN اور زاویہ NBC دیئے گئے زاویہ ABC کے نصف کے برابر ہے ۔

مشق 11.4

1. تین زاویے بنائیے جن میں ایک حادہ ، دُوسرا قائمہ اور تیسرا منفرجہ ہو ۔ پرکار کی مدد سے ان تینوں زاویوں کی تنصیف اور پیمائش سے اپنی بناوٹ کی پڑتال کیجیے ۔

2. مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویے ، پروٹریکٹر کی مدد سے بنائیے ۔ ان میں سے ہر ایک زاویے کی تنصیف پرکار کی مدد سے کیجیے اور پروٹریکٹر سے ماپ کر اپنی بناوٹ کی پڑتال کیجیے ۔

(i) 40° (ii) 86° (iii) 114° (iv) 130° (v) 75°

3. مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویے ، پروٹریکٹر کی مدد سے بنا کر پرکار کی مدد سے اُن کی تنصیف کیجیے ۔

(i) 60° (ii) 48° (iii) 100° (iv) 124°

4. تین مثلثیں لیجیے جن میں ایک حادۃ الزاویہ ، دوسری قائمۃ الزاویہ اور تیسری منفرجۃ الزاویہ ہو ۔ پرکار کی مدد سے ان میں سے ہر ایک مثلث کے تینوں زاویوں کے ناصف کھینچیے (آپ کے عمل کے دُرست ہونے کی سند یہ ہوگی کہ ہر صورت میں تینوں ناصف ایک ہی نقطے میں سے گزریں گے ۔)

5. دو خطوط A B اور C D کھینچیے جو ایک دوسرے کو نقطہ M پر قطع کریں ∠ A M C اور ∠ B M D کی تنصیف بذریعہ پرکار کیجیے اور پیمانہ کی مدد سے پڑتال کیجیے کہ کیا ∠ A M C اور ∠ B M D کے ناصف ہم خط ہیں ۔

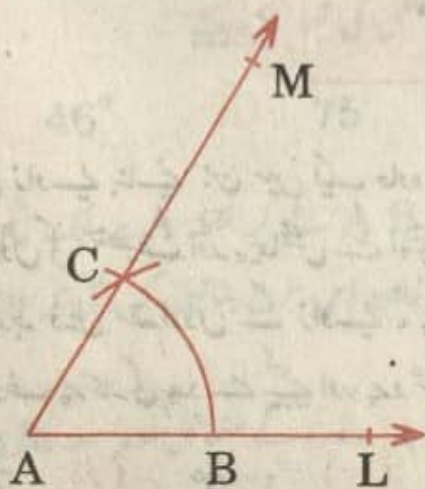
11.5 پرکار سے زاویہ بنانے کا طریقہ

پروٹریکٹر کی مدد سے ہم کسی بھی مقدار کا زاویہ بنانے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں ۔ اب ہم

30° , 45° , 60° , 90° , 120°

کے زاویے پرکار کی مدد سے بنانے کے طریقے سیکھتے ہیں ۔

پرکار کی مدد سے زاویے بنانے کی بنیاد 60° کے زاویے کی بناوٹ پر ہے ۔ اس لیے سب سے پہلے ہم 60° کا زاویہ بنانے کا طریقہ سیکھیں گے ۔

60° کے زاویے کی بناوٹ :

(i) ایک شعاع A L کھینچی ۔

(ii) مرکز A سے کسی رداس کی ایک قوس لگائی جو شعاع A L کو مرکز B پر قطع کرتی ہے ۔

(iii) مرکز B سے اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جو پہلی قوس کو مرکز C پر قطع کرتی ہے ۔

(iv) مرکز A کو نقطہ C سے ملا کر بڑھایا ۔

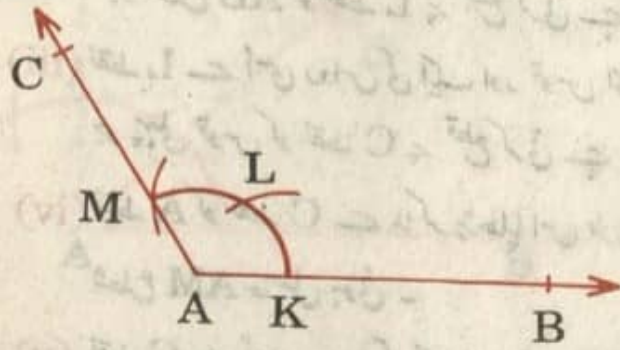
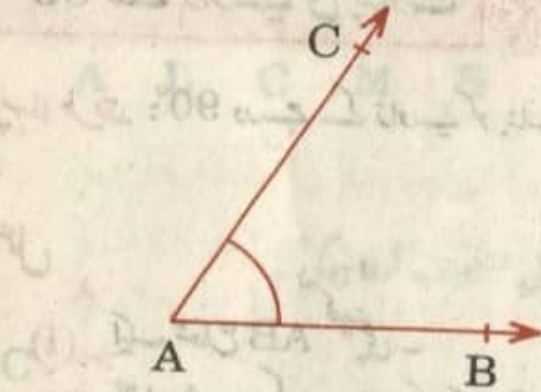
اس طرح شعاع A M حاصل ہوئی ۔

زاویہ L A M مطلوبہ زاویہ ہے جس کی مقدار °60 ہے ۔

°120 کے زاویے کی بناوٹ :

120 درجے کے زاویے کو بنانے کے لیے 60, 60 درجے کے دو متصلہ زاویے لیں گے ۔

$$60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

عمل

(i) ایک شعاع A B کھینچی ۔

(ii) BAC∠، °60 کا زاویہ بنایا ۔

(iii) نقاط A سے کسی رداس کی ایک قوس لگائی جو شعاع A B کو نقطہ K سے ملاتی ہے اسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ L پر قطع کیا ۔

(iv) نقطہ L سے اُسی رداس کی اُسی سمت میں ایک اور قوس لگائی جس نے پہلی قوس کو نقطہ M پر قطع کیا ۔

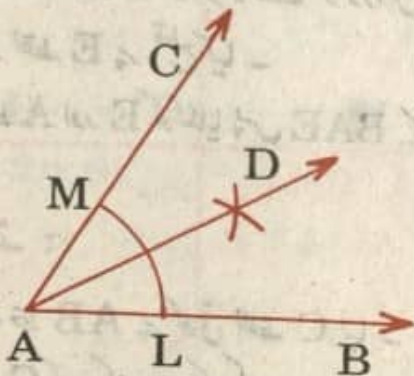
(v) نقاط A اور M کو ملانے سے شعاع AC حاصل ہوئی

پس ABC∠ مطلوبہ زاویہ ہے جس کی مقدار °120 ہے ۔

°30 کے زاویے کی بناوٹ

°30 درجے کا زاویہ بنانے کے لیے °60 درجے کے زاویہ کی تنصیف کرنا ہوگی ۔ کیونکہ

$$\frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

عمل

(i) ایک شعاع AB کھینچی ۔

(ii) $\angle BAC$,60° کا زاویہ بنایا۔

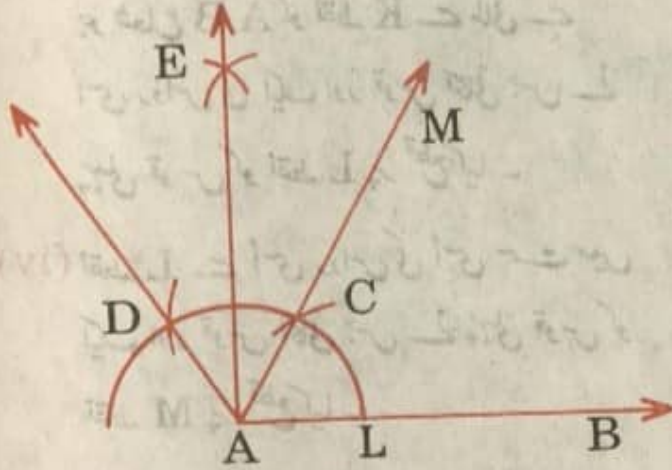
(iii) نقاط L اور M کو مرکز لے کر رداس $\overline{ML}$ کے فاصلہ پر دو قوسیں لگائیں جنہوں نے ایک دوسرے کو نقطہ D پر قطع کیا۔

(iv) نقاط A، D کو ملایا۔

پس $\angle BAD$ یا $\angle A$ 30° کا مطلوبہ زاویہ ہے۔

90° کے زاویے کی بناوٹ

پہلا طریقہ: 90° درجے کے زاویے کو بنانے کیلئے 60° اور 30° درجے کے دو زاویے بنیں گے۔

عمل

(i) ایک شعاع AB کھینچی۔

(ii) نقطہ A سے کسی رداس کی ایک قوس لگائی جو شعاع AB کو نقطہ L پر قطع کرتی ہے۔

(iii) نقطہ L سے اُسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کرتی ہے۔

(iv) نقطہ A کو نقطہ C سے ملا کر بڑھایا اس طرح شعاع AM حاصل ہوئی۔

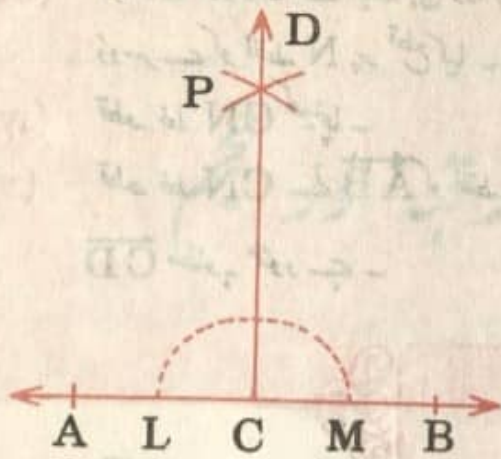
(v) نقطہ C سے اُسی رداس کی ایک اور قوس لگائی جس نے سب سے پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کیا۔

(vi) نقاط C اور D کو مرکز لے کر رداس CD کے فاصلہ پر دو قوسیں لگائیں جنہوں نے ایک دوسرے کو نقطہ E پر قطع کیا۔

(vii) نقاط A اور E کو ملایا پس $\angle BAE$ یا $\angle A$ 90° کا مطلوبہ زاویہ ہے۔

دوسرا طریقہ:

(i) ایک خط AB پر کوئی نقطہ C لیا۔

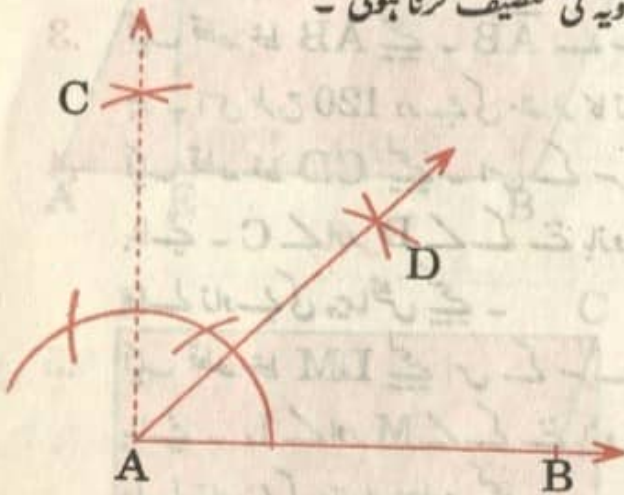
(ii) نقطہ C کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی قوس لگائی جس نے $\overleftrightarrow{AB}$ کو نقاط L اور M پر قطع کیا۔

(iii) نقاط L اور M کو مرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ P پر قطع کیا ۔

(iv) شعاع CD کھینچی ۔

∠ACD اور ∠BCD میں سے ہر ایک کی مقدار 90° ہے ۔

45° کے زاویے کی بناوٹ :

45 درجے کا زاویہ بنانے کے لیے 90 درجے کے زاویہ کی تنصیف کرنا ہوگی ۔

عمل

(i) ایک شعاع AB کھینچی ۔

(ii) ∠BAC 90 درجے کا بنایا ۔

(iii) ∠BAC کی ناصف شعاع AD کھینچی ۔

∠BAD یا ∠DAC 45 درجے کا مطلوبہ زاویہ ہے ۔

11.6 کسی ایسے نقطہ سے خط پر عمود گرانا جو اُس خط پر واقع نہ ہو

کسی نقطہ C سے خط AB پر عمود گرانا ۔

عمل

(i) ایک نقطہ C لیا جو خط AB پر واقع نہیں ہے ۔

(ii) مرکز C سے مناسب رداس کی ایک قوس لگائی جس نے $\overleftrightarrow{AB}$ کو نقاط L اور M پر قطع کیا ۔

(iii) مراکز L اور M سے ایک ہی رداس کی دو قوسیں $\overleftrightarrow{AB}$ کے دوسری طرف لگائیں ۔ جنہوں نے ایک دُوسرے کو نقطہ N پر قطع کیا ۔

(iv) قطعہ خط CN کھینچا ۔

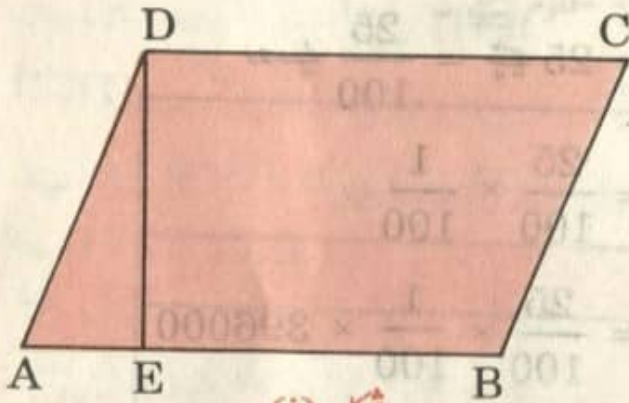
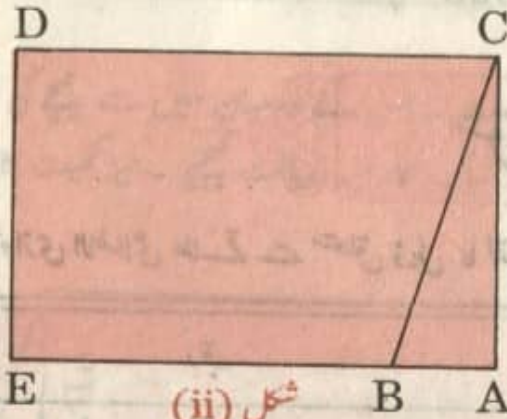
(v) قطعہ خط CN نے $\overleftrightarrow{AB}$ کو نقطہ D پر قطع کیا ۔

$\overline{CD}$ مطلوبہ عمود ہے ۔

مشق 11.5

1. ایک قطعہ خط پر کسی ایک بیرونی نقطہ سے عمود گرائیے ۔
2. ایک شعاع پر کسی ایک بیرونی نقطہ سے عمود گرائیے ۔
3. ایک قطعہ خط AB لیجیے ۔ $\overline{AB}$ کے ساتھ 60 درجے کی مقدار کا زاویہ بنائیے جس کا نقطہ راس 'A' ہو ۔ اسی طرح 120 درجے کی مقدار کا زاویہ بنائیے جس کا نقطہ راس 'B' ہو ۔
4. ایک قطعہ خط CD لیجیے ۔ اس کے سرے C پر 45 درجے اور سرے D پر 90 درجے کا زاویہ بنائیے ۔ C کے اور D کے کے نئے بازو جس نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کریں ، اس نقطہ پر بننے والے زاویے کی پیمائش کیجیے ۔
5. ایک قطعہ خط LM لیجیے اس کے سرے L پر 30 درجے اور سرے M پر 135 درجے کا زاویہ بنائیے ۔ L کے اور M کے کے نئے بازو جس نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کریں ۔ اُس نقطہ پر بننے والے زاویے کی مقدار معلوم کیجیے ۔
6. ایک قطعہ خط AB لیجیے ۔ $\overline{AB}$ کے ساتھ اس کے ایک سرے پر 30 درجے اور دُوسرے سرے پر 45 درجے کا زاویہ بنائیے ۔
7. ایک قطعہ خط 4 سم لمبا لیجیے اور کسی ایک بیرونی نقطہ سے اس پر عمود گرائیے ۔
8. تین غیر ہم خط نقاط لے کر انہیں دو دو کرکے مسطر سے ملائیے ۔ اس طرح جو مثلث بنے اُس کے راسوں سے متقابلہ اضلاع پر عمود گرائیے ۔ کیا یہ عمود ایک ہی نقطہ میں سے گزرتے ہیں ؟
9. مندرجہ ذیل لمبائیوں کے قطعاتِ خط کھینچیے اور پرکار اور مسطر سے ان کی تنصیف کیجیے ۔

   (i) 3 سم (ii) 3.4 سم (iii) 4.6 سم

10. تین غیر ہم خط نقاط ملا کر ایک مثلث بنائیے پھر پرکار اور مسطر کی مدد سے مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف کھینچیے ۔ کیا تینوں عمودی ناصف ایک دوسرے کو ایک ہی نقطہ پر قطع کرتے ہیں ؟

12.1 متوازی الاضلاع علاقہ کا رقبہ:

شکل (i) ایک متوازی الاضلاع علاقہ ABCD ہے۔ اس شکل میں ضلع $\overline{AB}$ کو قاعدہ اور D سے $\overline{AB}$ پر عمود $\overline{DE}$ کو ارتفاع کہتے ہیں۔

متوازی الاضلاع ABCD کو $\overline{DE}$ پر سے کاٹ کر مثلث ADE کو الگ کر کے شکل (ii) کے مطابق متوازی الاضلاع کے دوسری طرف رکھنے سے معلوم ہوا کہ EACD ایک مستطیل ہے۔

شکل (i)

شکل (ii)

مستطیل کی لمبائی $= m\overline{CD} = m\overline{AE}$

مستطیل کی چوڑائی $= m\overline{DE} = m\overline{AC}$

مستطیل کا رقبہ = مستطیل کی چوڑائی × مستطیل کی لمبائی

$= m\,\overline{DE} \times m\,CD$

متوازی الاضلاع کا قاعدہ = $m\,CD$ = مستطیل کی لمبائی

متوازی الاضلاع کا عمود = $m\overline{DE}$ = مستطیل کی چوڑائی

پس

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × عمود

مثال ایک متوازی الاضلاعی شکل کھیت کا قاعدہ 880 میٹر اور ارتفاع 450 میٹر ہے اس میں 25 پیسے فی سو مربع میٹر کے حساب سے کھاد ڈلوانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل

قاعدہ = 880 میٹر

ارتفاع = 450 میٹر

متوازی الاضلاع کھیت کا رقبہ $= 880 \times 450$

= 396000 مربع میٹر

100 مربع میٹر پر کھاد ڈلوانے کا خرچ = 25 پیسے = $\frac{25}{100}$ روپے

1 مربع میٹر پر کھاد ڈلوانے کا خرچ $= \frac{25}{100} \times \frac{1}{100}$

396000 مربع میٹر پر کھاد ڈلوانے کا خرچ $= \frac{25}{100} \times \frac{1}{100} \times 396000$

= 990 روپے

مشق 12.1

1. متوازی الاضلاعی علاقے سے متعلق ذیل کا نقشہ زبانی پُر کیجیے۔

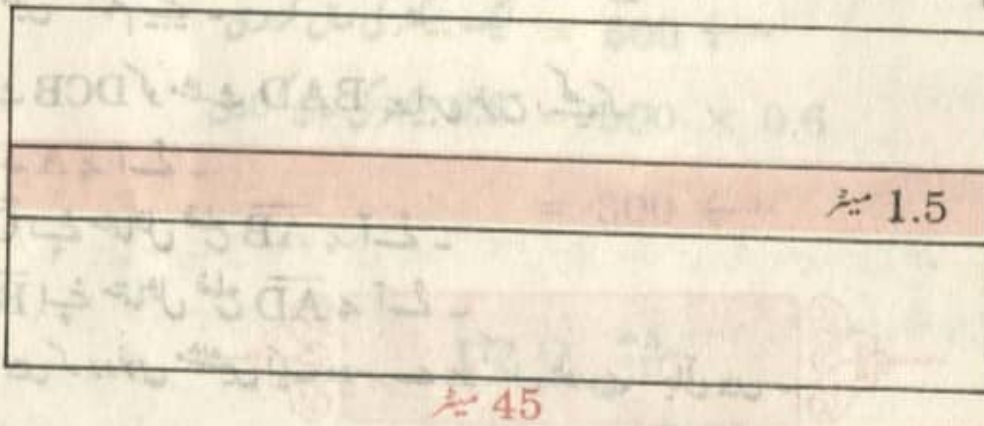
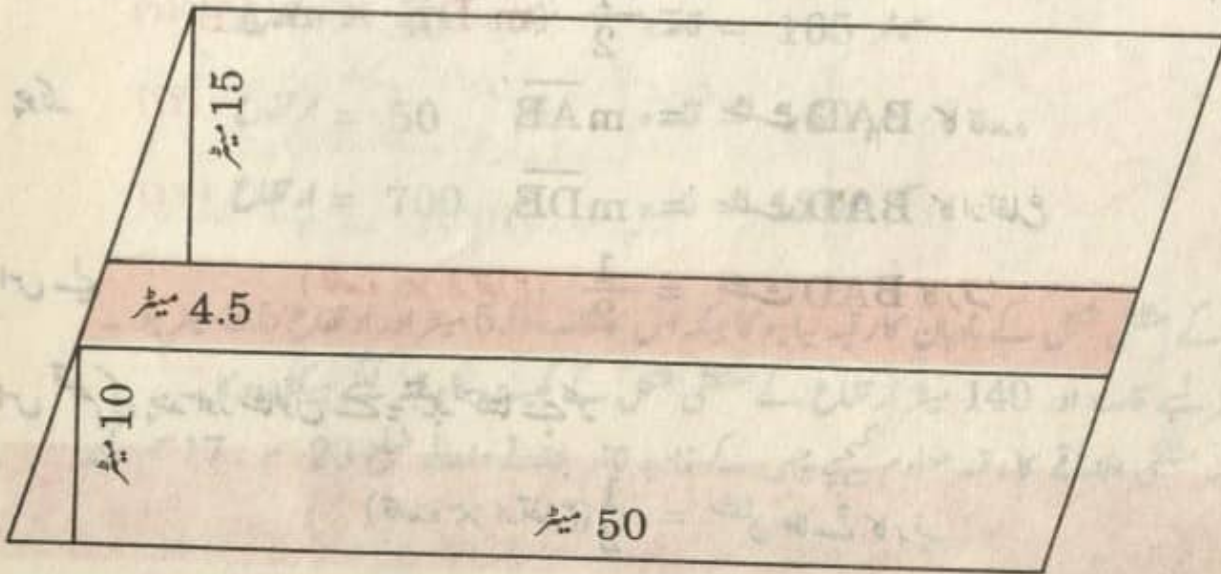
نمبر شمار	قاعدہ	ارتفاع	رقبہ
(i)	9 سم	4 سم	
(ii)	15 ڈم	6 ڈم	
(iii)	25 میٹر	8 میٹر	
(iv)	120 سم	7 سم	

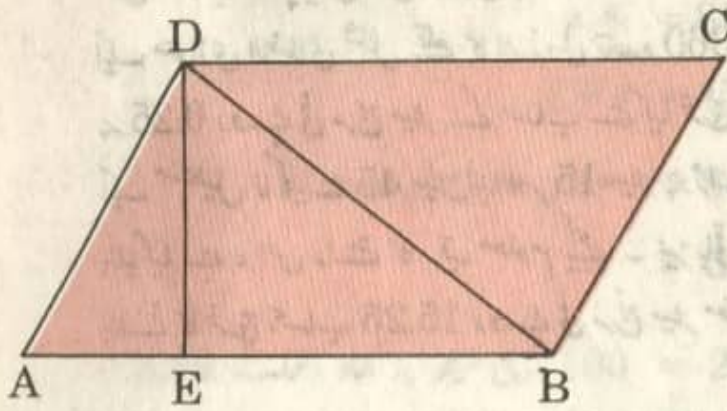
2. 77 میٹر قاعدے اور 60 میٹر ارتفاع والے متوازی الاضلاع صحن کو صاف کرانے کا خرچ بحساب 3 پیسے

فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔

.3 120 میٹر قاعدے اور 100 میٹر ارتفاع کے متوازی الاضلاع کھیت میں چاول کے پودے لگوانے کا خرچ بحساب 5 پیسے فی مربع میٹر کیا ہوگا۔

.4 ایک متوازی الاضلاع شکل قلعے کا اندرونی قاعدہ 7360 میٹر اور ارتفاع 275 میٹر تھا۔ اس کی صفائی پر 0.25 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کیا خرچ آئے گا۔

.5 ایک مستطیل نما کھیت 45 میٹر لمبا اور 15 میٹر چوڑا ہے اس کے درمیان میں 1.5 میٹر چوڑا پختہ راستہ بنایا گیا ہے ، اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ نیز باقی کھیت کا رقبہ بھی دریافت کیجیے۔ راستے کو پختہ بنانے کا خرچ بحساب 15.25 روپے فی مربّع میٹر معلوم کیجیے۔

.6 ایک متوازی الاضلاع شکل کھیت کا قاعدہ 50 میٹر ہے۔ اس کے درمیان میں سے نیچے کی شکل کے مطابق 4.5 میٹر چوڑی ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ سڑک کا رقبہ دریافت کیجیے۔ نیز کھیت کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

12.2 مثلثی علاقہ کا رقبہ :

سامنے دی گئی شکل ایک متوازی الاضلاع ABCD ہے۔

$\overline{BD}$ متوازی الاضلاع کا ایک وتر اور $\overline{DE}$ نقطہ D سے $\overline{AB}$ پر عمود گرایا گیا ہے۔

متوازی الاضلاع ABCD کو $\overline{BD}$ کے ساتھ ساتھ کاٹ کر دو مثلثوں BAD اور DCB میں تقسیم کیجیے۔

اب مثلث DCB کو مثلث BAD پر اس طرح رکھیے کہ :

(i) نقطہ C نقطہ A پر آئے۔

(ii) ضلع $\overline{CD}$ اپنے متماثل ضلع $\overline{AB}$ پر آئے۔

(iii) ضلع $\overline{BC}$ اپنے متماثل ضلع $\overline{AD}$ پر آئے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مثلثیں ایک دوسرے پر مکمل طور پر آ جاتی ہیں۔

مثلث BAD کا رقبہ = مثلث DCB کا رقبہ

$= \frac{1}{2}$ (متوازی الاضلاع ABCD کا رقبہ)

$= \frac{1}{2} (m\overline{DE} \times m\overline{AB})$

چونکہ مثلث BAD کا قاعدہ $= m\overline{AB}$

مثلث BAD کا ارتفاع $= m\overline{DE}$

اس لیے مثلث BAD کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ (قاعدہ × ارتفاع)

اس قسم کی چند اور مثالوں سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ

مثلثی علاقے کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ (قاعدہ × ارتفاع)

مثال ایک مثلثی شکل کے کھیت کا قاعدہ 50 میٹر اور ارتفاع 80 میٹر ہے اس کی مال گزاری بحساب 500 روپے فی ہیکٹر معلوم کیجیے ۔

10000 مربع میٹر = ایک ہیکٹر

حل

قاعدہ = 150 میٹر

ارتفاع = 80 میٹر

کھیت کا رقبہ $= \frac{1}{2}\ (80 \times 150)$

= 6000 مربع میٹر

ایک ہیکٹر کی مال گزاری = 500 روپے

0.6 ہیکٹر کی مال گزاری $= 500 \times 0.6$

= 300 روپے

1. مثلثی علاقوں کا رقبہ زبانی معلوم کیجیے جبکہ

(i) قاعدہ = 80 میٹر ، ارتفاع = 25 میٹر

(ii) قاعدہ = 165 میٹر ، ارتفاع = 40 میٹر

(iii) قاعدہ = 160 ڈم ، ارتفاع = 50 ڈم

(iv) قاعدہ = 1200 سم ، ارتفاع = 700 سم

2. ایک کشتی کے مثلثی شکل کے بادبان کا رقبہ کیا ہوگا جبکہ اس کا قاعدہ 5.6 میٹر اور ارتفاع 2.5 میٹر ہو ۔

3. 165 میٹر لمبے قاعدہ اور 140 میٹر ارتفاع کے مثلثی شکل کے کھیت کا رقبہ کتنے ہیکٹر ہوگا ۔

4. قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے زاویہ قائمہ بنانے والے ضلع 23 سم ، 17 سم لمبے ہوں ۔

5. قائمۃ الزاویہ مثلثی شکل پھولوں کی ایک کیاری کا قاعدہ 75 میٹر اور ارتفاع 60 میٹر ہے ۔ اس میں کھاد ڈلوانے کا خرچ 16 پیسے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔

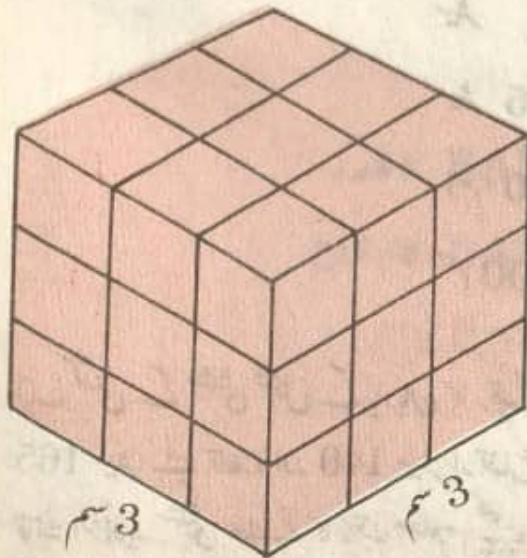
6. قائمۃ الزاویہ مثلثی شکل کے ایک کھیت کا قاعدہ 440 میٹر اور ارتفاع 225 میٹر ہے اس کھیت میں 20 کلوگرام فی مربع میٹر کے حساب سے کتنی گندم پیدا ہوگی ۔

12.3 حَجم

ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی مجسم کی لمبائی ، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہوں یعنی اُس کی تمام سطحیں مربعی ہوں تو اُسے مکعب کہتے ہیں اور اگر کسی مجسم کی تمام سطحیں مستطیلی یا کچھ مستطیلی اور کچھ مربعی ہوں تو اسے مکعب نما کہتے ہیں ۔

نیز جتنی جگہ کوئی مجسم گھیرتا ہے اُسے اس کا حَجم کہتے ہیں ۔

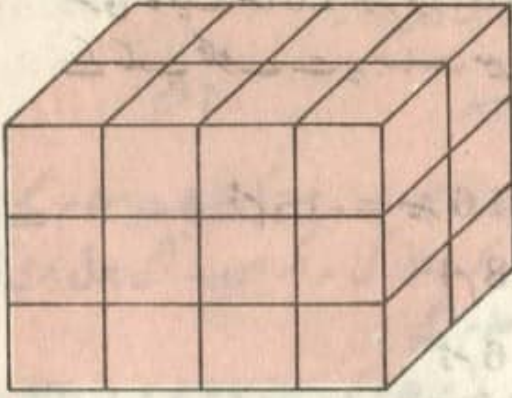
جس طرح لمبائی ماپنے کی اکائیاں ملی میٹر ، سینٹی میٹر ، ڈیسی میٹر وغیرہ ہیں اور رقبہ ماپنے کی اکائیاں مربع ملی میٹر ، مربع سینٹی میٹر اور مربع ڈیسی میٹر وغیرہ ہیں اسی طرح حَجم ماپنے کی اکائیاں مکعب ملی میٹر ، مکعب سینٹی میٹر اور مکعب ڈیسی میٹر وغیرہ ہیں ۔
اب ہم مکعب اور مکعب نما کا حجم معلوم کرنا سیکھتے ہیں ۔

12.4 مکعب کا حَجم :

سامنے دی گئی شکل مکعب ہے ۔
اس مکعب میں مکعب اکائیوں کی 3 تہیں ہیں ؟
ہر تہہ میں 3×3 مکعب اکائیاں ہیں ۔
سارے مکعب میں کل $3 \times 3 \times 3$ مکعب اکائیاں ہیں ۔

مکعب کا حجم $= 3 \times 3 \times 3 = 27$

27 مکعب اکائیاں

پس مکعب کا حجم = کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی × کنارے کی لمبائی

12.5 مکعب نما کا حجم :

سامنے دی گئی شکل ایک مکعب نُما ہے ۔
اس مکعب نما کی 3 تہیں ہیں
ہر تہہ میں 2×4 مکعب اکائیاں ہیں
مکعب نما میں کُل 3×(4×2) مکعب اکائیاں ہیں

$= 3 \times (4 \times 2)$
$= 24$

یعنی 24 مکعب اکائیاں ہیں

ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ

پس مکعب نما کی لمبائی × مکعب نما کی چوڑائی × مکعب نما کی اُونچائی = مکعب نما کا حجم

نوٹ ہمیں معلوم ہے کہ کسی مکعب میں

لمبائی = چوڑائی = اُونچائی = کنارہ

پس کنارا کی لمبائی × کنارا کی لمبائی × کنارا کی لمبائی = مکعب کا حجم

مثال 1 ایک دیوار کی مجموعی لمبائی 40 میٹر ہے ۔ اگر وُہ 4 ڈم موٹی اور 2 میٹر اونچی ہو تو اس کا حجم معلوم کیجیے ۔

حل
دیوار کی لمبائی = 40 میٹر
دیوار کی چوڑائی = 4 ڈم = 4. میٹر
دیوار کی اُونچائی = 2 میٹر
حجم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی
$= 2 \times .4 \times 40$
= 32 مکعب میٹر

مثال 2 لکڑی کا ایک ٹکڑا 1.6 میٹر لمبا ، 8 ڈم چوڑا اور 6 ڈم موٹا ہوتا ہے ۔ بتائیے کہ 9 ڈم کنارے کے مکعب ٹکڑے سے یہ جسامت میں کتنا کم یا زیادہ ہے ۔

حل

لکڑی کے پہلے ٹکڑے کی لمبائی = 1.6 میٹر = 16 ڈم

لکڑی کے پہلے ٹکڑے کی چوڑائی = 8 ڈم

لکڑی کے پہلے ٹکڑے کی موٹائی = 6 ڈم

حجم $= 6 \times 8 \times 16$

$= 768$ مکعب ڈم

دوسرے ٹکڑے کے کنارے کی لمبائی = 9 ڈم

حجم $= 9 \times 9 \times 9$

$= 729$ مکعب ڈم

ظاہر ہے کہ پہلا ٹکڑا بڑا ہے ۔

جسامت میں زیادتی $= 768 - 729$

$= 39$ مکعب ڈم

مشق 12.3

1. مکعب نماؤں کی جسامت زبانی معلوم کیجیے ، جبکہ

(i) لمبائی = 15 سم ، چوڑائی = 6 سم ، بلندی = 2 سم

(ii) لمبائی = 10 ڈم ، چوڑائی = 9 ڈم ، بلندی = 6 ڈم

(iii) لمبائی = 20 مم ، چوڑائی = 16 مم ، بلندی = 7 مم

(iv) لمبائی = 8 میٹر ، چوڑائی = 4 میٹر ، بلندی = 3 میٹر

2. مکعبوں کا حجم زبانی معلوم کیجیے جبکہ کنارے کی لمبائی مندرجہ ذیل ہو ۔

(i) 10 ڈم (ii) 6 میٹر (iii) 7 سم (iv) 8 سم

3. ایک صندوق 1.5 میٹر لمبا ، 0.8 میٹر چوڑا اور 0.5 میٹر اُونچا ہے ۔ اس کی جسامت معلوم کیجیے ۔

4. ایک ہوائی اڈے پر 4 کلومیٹر لمبی اور 50 میٹر چوڑی سڑک بنائی گئی ۔ اگر اس پر بچھی ہوئی بجری کی تہہ 2 ڈم موٹی ہو تو بجری کی جسامت مکعب میٹروں میں معلوم کیجیے ۔

5. 160 میٹر لمبے ، 12 میٹر چوڑے اور 1.5 میٹر اُونچے پلیٹ فارم کو بنانے کا خرچ بحساب 40 روپے فی مکعب میٹر معلوم کیجیے ۔

6. 200 کلومیٹر لمبی ، 10 میٹر چوڑی اور 2 میٹر گہری نہر کھدوانے کی لاگت بحساب 2 روپے فی مکعب میٹر معلوم کیجیے ۔

7. ایک دریا کے کنارے 12 میٹر چوڑا اور 3 میٹر اونچا بند باندھا گیا ہے ۔ اگر بند کی لمبائی 9 کلومیٹر ہو ، تو اس کو باندھنے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مکعب میٹر معلوم کیجیے ۔

8. اگر ایک مکعب ڈم برف کا وزن 5 کلوگرام ہو ، تو 0.7 میٹر لمبی ، 4 ڈم چوڑی اور 3 ڈم موٹی برف کی سِل کا وزن کیا ہوگا ۔

9. پتھر کا ایک ٹکڑا 2 میٹر لمبا ، 1.5 میٹر چوڑا اور 6 ڈم موٹا ہے ۔ اگر ایک مکعب میٹر پتھر کا وزن 16 کوئنٹل ہو تو اس ٹکڑے کا وزن معلوم کیجیے ۔

10. اگر ایک مکعب ڈم لوہے کی قیمت 100 روپے ہو تو 8 ڈم لمبے ، 5 ڈم چوڑے اور 3 ڈم موٹے لوہے کے ٹکڑے کی قیمت کیا ہوگی ۔

11. ہڑپا کے تاریخی قلعے میں لگی ہوئی اینٹ کے امتداد 40 سم ، 15 سم اور 10 سم تھے ۔ بتائیے یہ اینٹ آج کل کی اس اینٹ کا کتنے گنا تھی جس کے امتداد 25 سم ، 12.5 سم اور 6.4 سم ہوں ۔

12. ایک مسجد میں وضو کرنے کے لیے بنے ہوئے حوض کے امتداد 15 میٹر ، 8 میٹر اور 3 میٹر ہیں ۔ اگر ایک مکعب ڈم پانی کا وزن 1.5 کلوگرام ہو تو اس میں کتنے وزن کا پانی آسکتا ہے ۔

ایک کوئنٹل = 100 کلوگرام

تمہید : ہم پانچویں جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ دو عددوں یا مقداروں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرنے کا تصویری طریقہ گراف ہے ۔ گراف کی مدد سے مختلف اعداد و شمار کا موازنہ آسانی سے کیا جاتا ہے ۔ پانچویں جماعت میں ہم نے بار گراف اور خطی گراف کو صرف پڑھنے کا طریقہ سیکھا تھا ۔ اب ہم نہ صرف بار گراف اور خطی گراف کو پڑھنے کا طریقہ سیکھیں گے بلکہ ان سے مختلف نتائج اخذ کرنے کا طریقہ سیکھیں گے ۔

بار گراف یا پٹی گراف : ہم جانتے ہیں کہ بار گراف میں دو قسم کی چیزوں کے درمیان تعلق کو ایسے تصویری طریقے سے بیان کیا جاتا ہے جن میں پٹیاں استعمال کی جاتی ہیں ۔ پٹیوں کی لمبائی یا چوڑائی کا انحصار دیے ہوئے مواد کی مختلف مقداروں پر ہوتا ہے ۔

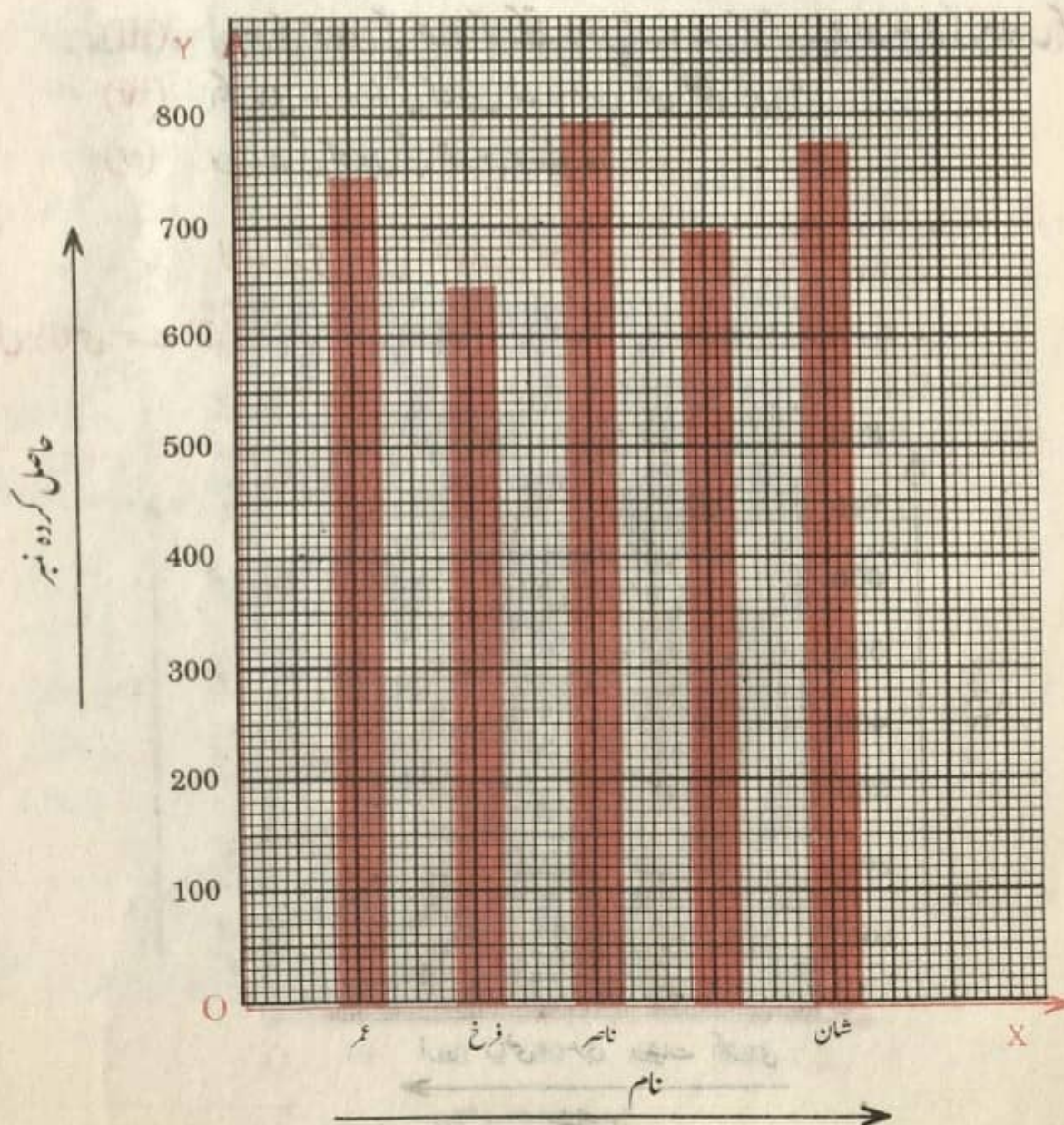
اس گراف کو بنانے کے لیے ہمیں محوروں کا انتخاب کرنا ہوتا ہے جن میں سے ایک اُفقی اور دُوسرا راسی ہوتا ہے ۔ وہ ایک دُوسرے کو قطع کرتے ہیں ۔ اس کے بعد مناسب سکیل کی مدد سے دیے گئے مواد کو پٹیوں کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے ۔ یہ پٹیاں راسی سمت میں بھی بنائی جاسکتی ہیں اور افقی سمت میں بھی پٹیاں بناتے وقت یہ خیال رکھنا چاہیے کہ ان کی چوڑائی اور درمیانی فاصلہ برابر ہے ۔ پٹیوں کو خوبصورت بنانے کے لیے ان میں مختلف رنگ بھی بھرے جاسکتے ہیں ۔ یاد رہے کہ پٹیوں کی لمبائی ، تعداد یا مقدار کو ظاہر کرتی ہے ۔

مثال 1 عمر ، فرخ ، ناصر ، فیصل اور شان نے سالانہ امتحان میں ایک ہزار نمبروں میں جتنے نمبر حاصل کیے ان کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔

عُمر	فرخ	ناصر	فیصل	شان
750	650	800	700	780

حل راسی سمت میں اگر 100 نمبروں کو ایک بڑے خانے سے ظاہر کیا جائے تو عمر کے 750 نمبروں کو $7\frac{1}{2}$ بڑے خانوں والی پٹی سے ظاہر کیا جائے گا جبکہ فرخ اور ناصر کے نمبروں کو $6\frac{1}{2}$ اور 8 بڑے خانوں والی پٹیوں سے ظاہر کیا جائے گا جبکہ فیصل اور شان کے نمبروں کو ظاہر کرنے کے لیے 7 اور $8\frac{1}{2}$ بڑے خانوں والی پٹیاں درکار ہوں گی ۔

امتحان میں حاصل کردہ نمبروں کا راسی بارگراف

سکیل : بڑے خانے کی لمبائی 100 نمبروں کو ظاہر کرتی ہے ۔

مثال 2 ایک لائبریری میں انگریزی ، دینیات ، عربی ، ریاضی اور اُردو کی کتابوں کی تعداد کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔

نام کتاب	انگریزی	دینیات	عربی	ریاضی	اردو
تعداد	600	550	400	700	500

اس جدول کو بذریعہ راسی بار گراف ظاہر کیجیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے ۔

(i) ایک بڑا خانہ کتنی کتابوں کو ظاہر کرتا ہے ؟

(ii) کس مضمون کی کتابیں تعداد میں سب سے زیادہ اور کس مضمون کی سب سے کم ہیں ؟

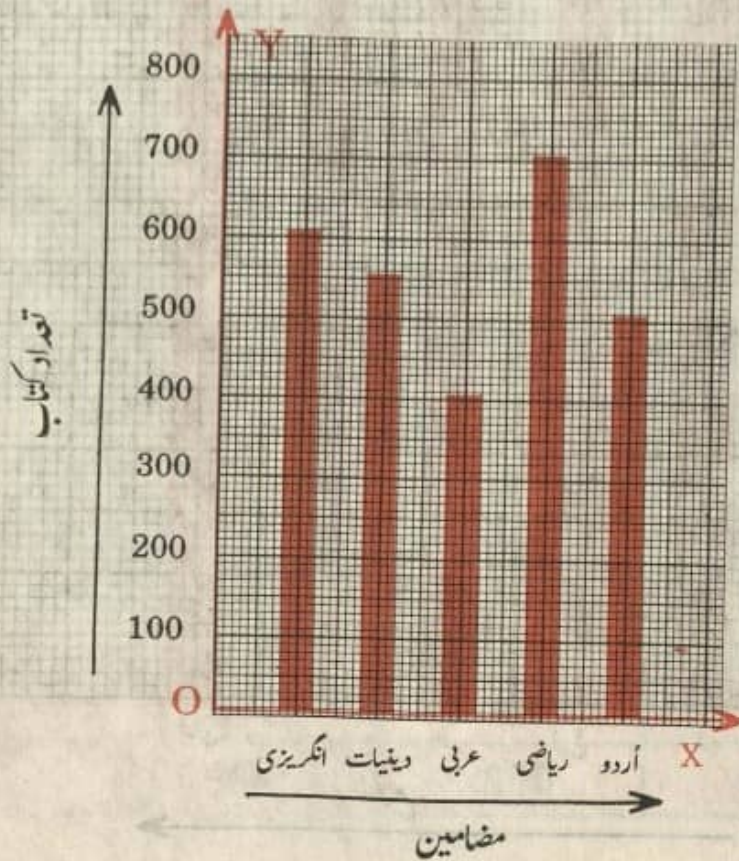
(iii) ریاضی کی کتابوں کی تعداد کو کتنے خانوں سے ظاہر کیا گیا ہے اور عربی کی کتابوں کو کتنے ؟

(iv) انگریزی اور اُردُو کی کتابیں تعداد میں کتنی کتنی ہیں ؟

(v) دینیات کی کتابوں کی تعداد بتائیے ۔

حل

لائبریری میں مختلف کتابوں کا راسی بار گراف

سکیل : راسی سمت $\overrightarrow{OY}$ میں ایک بڑا خانہ 100 کتابوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے ۔

سکیل گراف سے ظاہر ہے۔

گراف کو دیکھ کر دیے گئے سوالات کے جوابات دیتے ہیں۔

(i) ایک بڑا خانہ 100 کتابوں کو ظاہر کرتا ہے۔

(ii) ریاضی کی کتابیں سب سے زیادہ ہیں اور عربی کی کتابیں سب سے کم۔

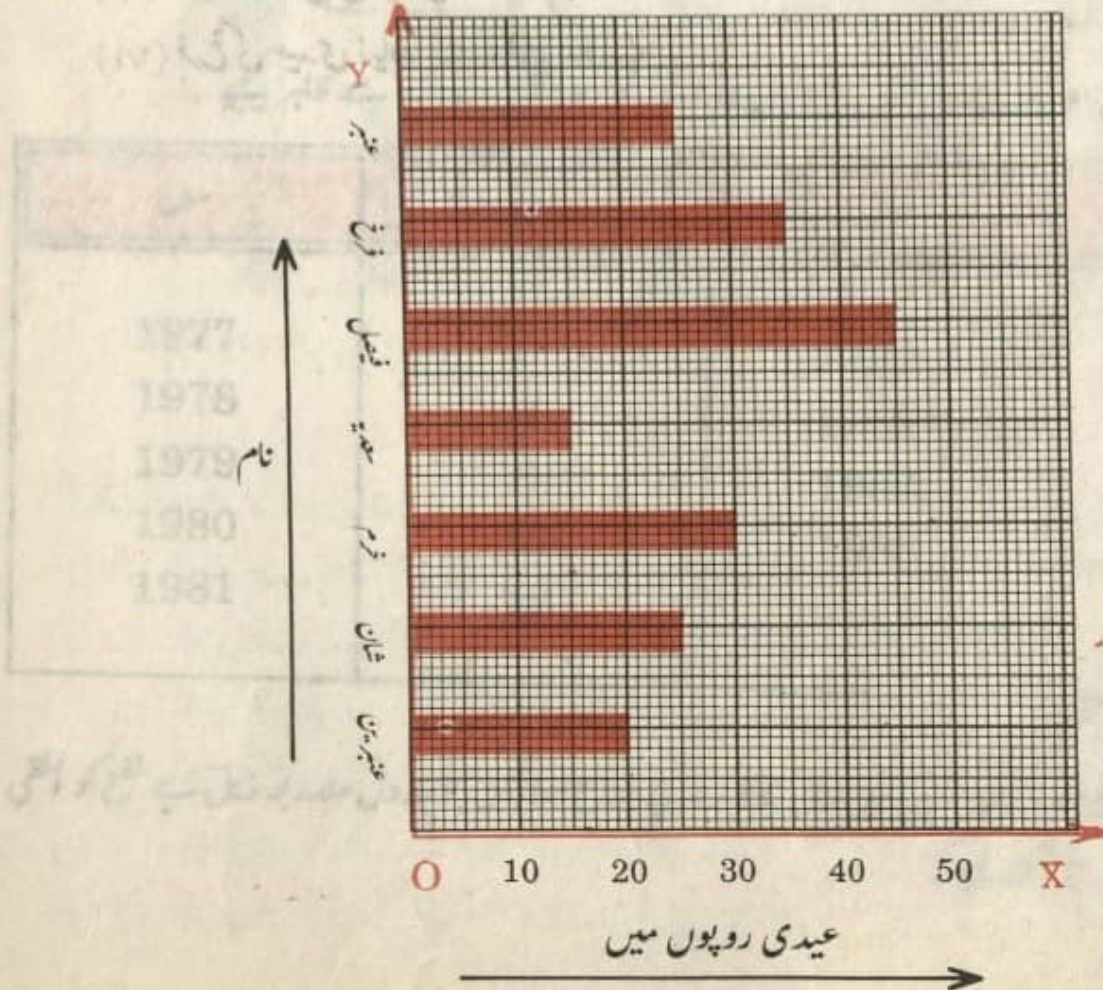
(iii) ریاضی کی کتابیں 7 بڑے خانوں سے ظاہر کی گئی ہیں اور عربی کی کتابیں 4 بڑے خانوں سے ظاہر کی گئی ہیں۔

(iv) انگریزی کی کتابوں کی تعداد 600 ہے جبکہ اُردو کی 500۔

(v) دینیات کی کتابوں کی تعداد 550 ہے۔

مثال 3 چھ بہن بھائیوں کو جتنی عیدی ملی اُسے بذریعہ اُفقی بار گراف سے ظاہر کیا گیا ہے۔

عیدی کا اُفقی بار گراف

سکیل : اُفقی سمت "$\overrightarrow{OX}$" میں ایک بڑا خانہ 10 روپوں کو ظاہر کرتا ہے۔

اسے دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

(i) ایک چھوٹا خانہ کتنے روپوں کو ظاہر کرتا ہے ؟

(ii) سب سے زیادہ عیدی کس کو ملی اور کتنی ؟

(iii) سب سے کم عیدی کس کو ملی اور کتنی ؟

(iv) خرم کو فیصل سے کتنی کم عیدی ملی ؟

(v) کن دو بھائیوں کی عیدی برابر ہے ؟

(vi) فرخ اور شان میں سے کس کی عیدی زیادہ ہے اور کتنی ؟

حل

(i) ایک چھوٹا خانہ ایک روپے کو ظاہر کرتا ہے ۔

(ii) سب سے زیادہ عیدی فیصل کو ملی ، 45 روپے ۔

(iii) سب سے کم عیدی سعدیہ کو ملی ، 15 روپے ۔

(iv) 15 روپے کم عیدی ملی ۔

(v) عنبر اور شان کی عیدی برابر ہے ۔

(vi) فرخ کی عیدی زیادہ ہے ، 10 روپے ۔

.1 چند ممالک کے پٹ سن کی برآمد کا اعداد و شمار مندرجہ ذیل ہے ، اسے بذریعہ راسی بار گراف ظاہر کیجیے ۔

ملک	مقدار (ٹنوں میں)
انگلینڈ	75
بلجیئم	60
فرانس	35
جرمنی	30
جاپان	20

.2 ذیل کے جدول میں دیے ہوئے پیداواری اعداد و شمار کو افقی بار گراف سے ظاہر کیجیے ۔

پیداوار فی ایکڑ	سال	پیداوار فی ایکڑ	سال
11	1982	7	1977
9	1983	9	1978
10	1984	8	1979
12	1985	10	1980
		12	1981

.3 ایک کمپنی کو پچھلے چھ سالوں میں ہر سال جتنے روپے منافع ہوا اُس کا جدول مندرجہ ذیل ہے نفع کو اُفقی بار گراف کے ذریعے دکھائیے ۔

5. ربیع کی فصل میں زیرِ کاشت رقبہ کو مندرجہ ذیل اُفقی بار گراف سے دکھایا گیا ہے جبکہ سکیل گراف سے ظاہر ہے۔

Y

دیگر فصلیں

چارہ

دالیں

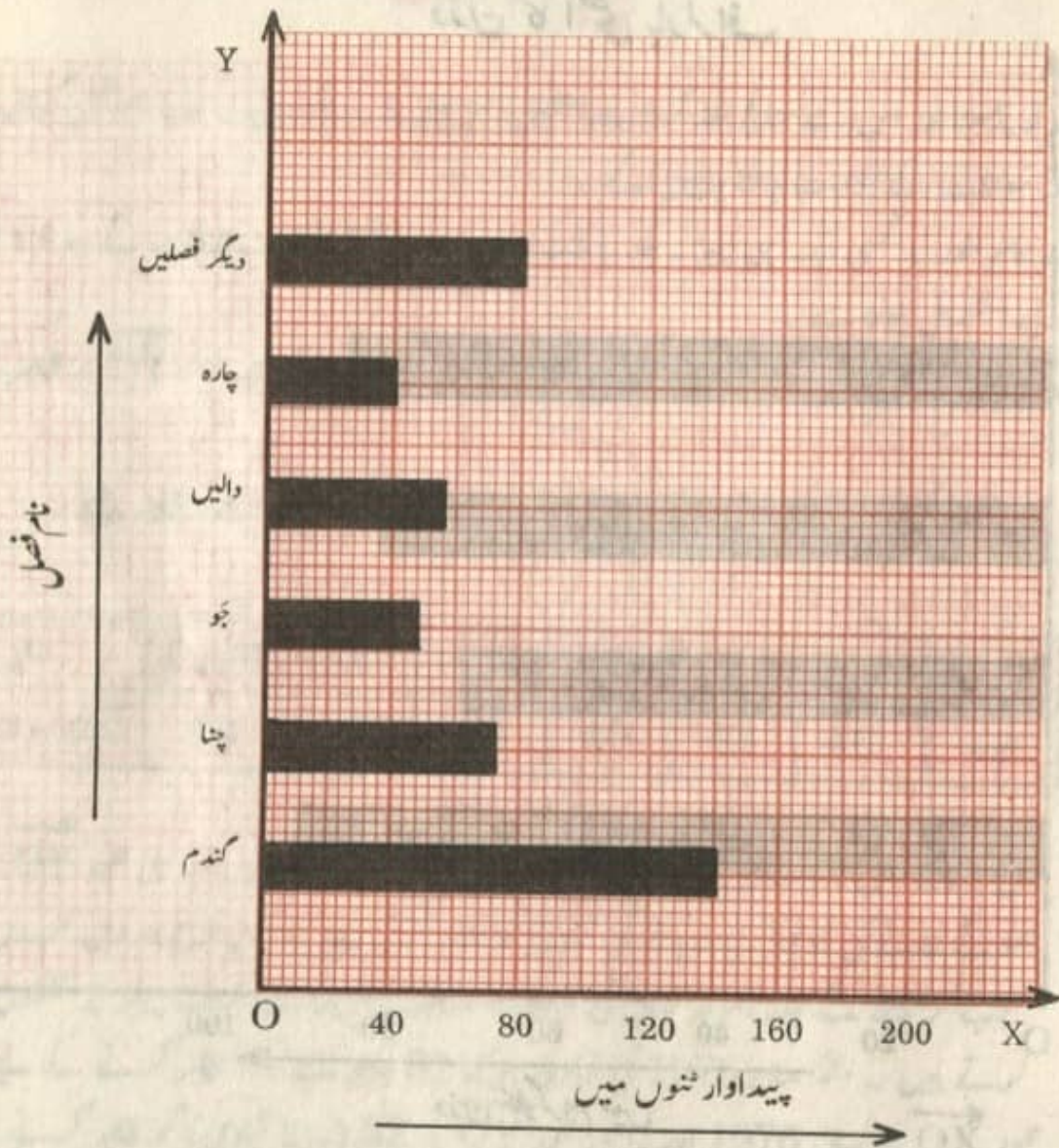
جَو

چنا

گندم

نام فصل

O 40 80 120 160 200 X

پیداوار ٹنوں میں

گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجے۔

(i) سب سے زیادہ پیداوار کس فصل کی ہے اور کتنی ؟

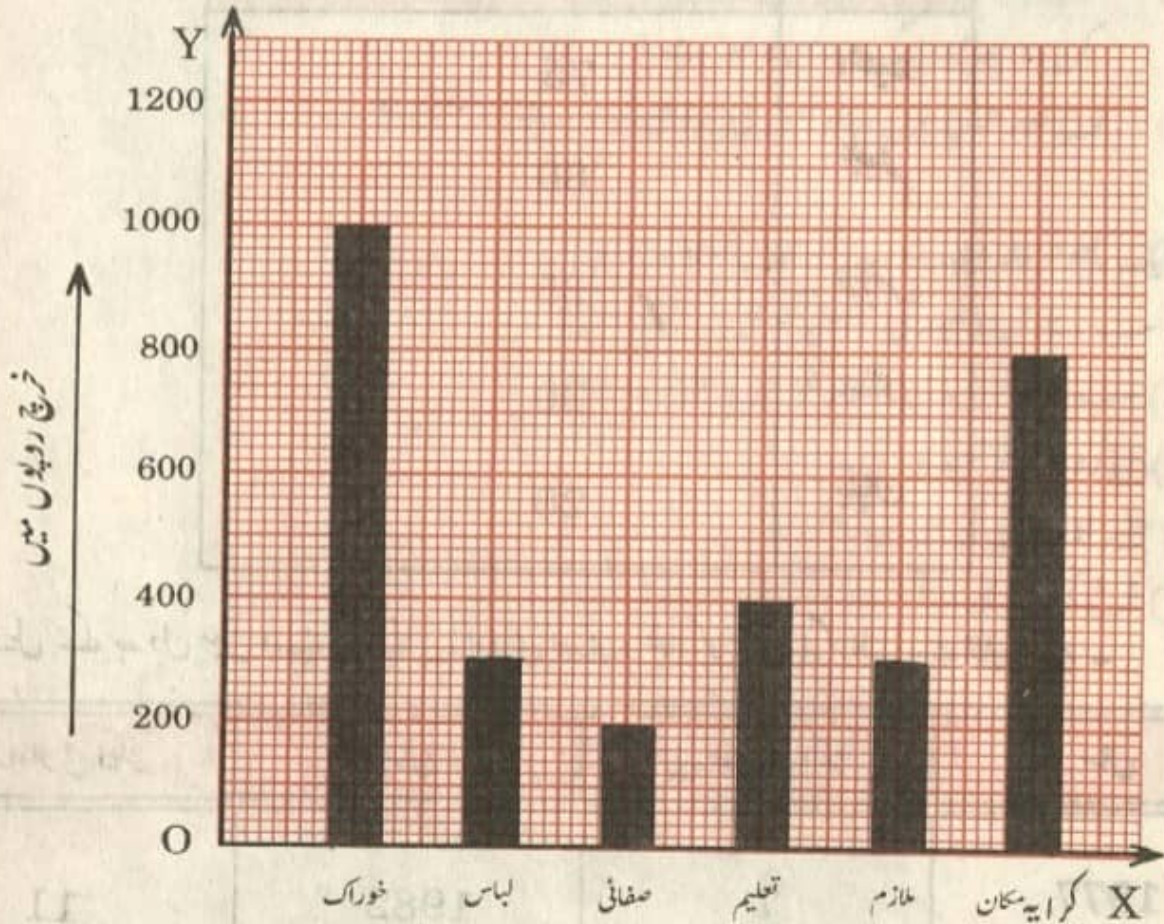
(ii) کِس فصل کی پیداوار سب سے کم ہے اور کتنی ؟

(iii) چنے کی پیداوار کِتنی ہے ؟

(iv) دالیں۔ چنا اور جَو کی کُل پیداوار کتنی ہے ؟

(v) ربیع کی فصل کی کُل پیداوار کِتنی ہے ؟

1979	1980	1981	1982	1983	1984
25000	32000	29000	33000	27000	30000

4. ایک آدمی کے گھریلو اخراجات کو مندرجہ ذیل بارگراف سے ظاہر کیا گیا ہے جبکہ سکیل گراف سے ظاہر ہے۔

گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(i) آدمی سب سے زیادہ روپے کس چیز پر خرچ کرتا ہے اور کتنے ؟

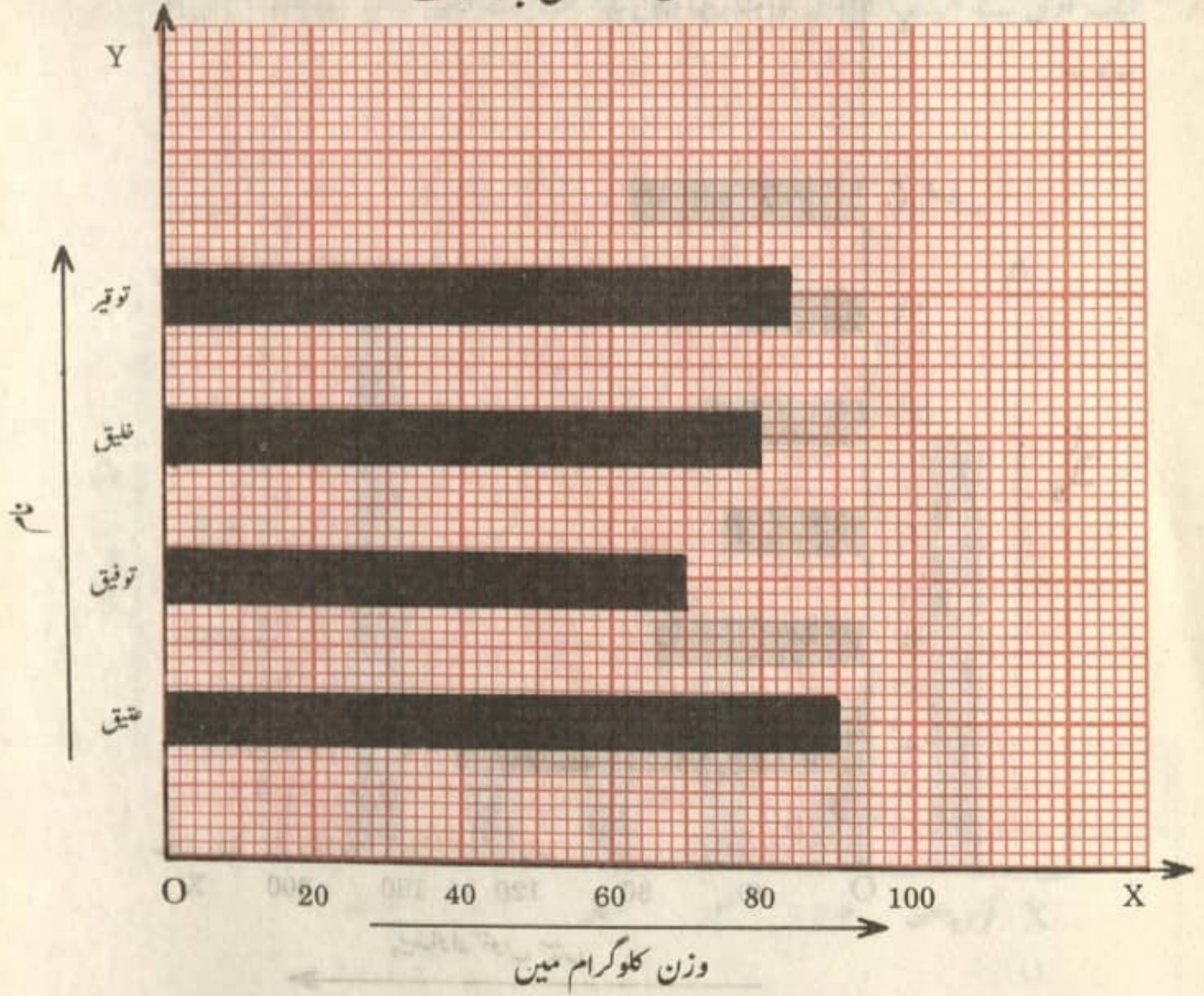
(ii) آدمی سب سے کم روپے کس چیز پر خرچ کرتا ہے اور کتنے ؟

(iii) آدمی کن دو چیزوں پر برابر کا خرچ کرتا ہے ۔ اور ہر ایک پر کتنا خرچ کرتا ہے ؟

(iv) آدمی تعلیم پر کتنی رقم خرچ کرتا ہے ؟

(v) صفائی اور خوراک کے خرچ میں کتنا فرق ہے ؟

(vi) آدمی کُل کتنی رقم گھریلو اخراجات پر خرچ کرتا ہے ؟

6. چار دوستوں کے وزن کو اُفقی بار گراف کے ذریعے دکھایا گیا ہے ۔

سکیل گراف سے ظاہر ہے ۔

گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

(i) ایک بڑا خانہ کتنے کلوگرام وزن کو ظاہر کرتا ہے ؟

(ii) سب سے زیادہ وزن کس کا ہے ؟

(iii) خلیق کا وزن کتنے کلوگرام ہے ؟

(iv) توقیر کا وزن کتنے کلوگرام ہے ؟

(v) سب سے کم وزن کس کا ہے ؟

خطی گراف

گراف کو پڑھنا اور اس سے نتائج اخذ کرنا سے متعلق ہم پہلے پڑھ چکے ہیں ۔ اب ہم خطی گراف بنانا اور اس سے متعلقہ سوالات کے جوابات جاننا چاہیں گے ۔

یہ گراف عام طور پر کسی ایک ہی چیز ، جگہ یا ملک وغیرہ کے متعلق مختلف اوقات کے اعداد و شمار ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے ۔

گراف بناتے وقت چیز ، جگہ یا ملک اُفقی محور $\overrightarrow{OX}$ اور اعداد و شمار راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر ظاہر کیے جاتے ہیں ۔

مثال 1 ایک قصبہ کی آبادی کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔ اسے بذریعہ خطی گراف ظاہر کیجیے ۔

سال	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
آبادی ہزاروں میں	32	33	36	40	43	46	48	50

حل اس گراف میں ہم سالوں کو اُفقی محور $\overrightarrow{OX}$ پر ظاہر کرتے ہیں ۔ راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر ہر ایک چھوٹے خانے کی اُونچائی ایک ہزار کی آبادی کو ظاہر کرتی ہے ۔ اس طرح دونوں محوروں پر سکیل منتخب کر لینے کے بعد ہم ہر سال کی آبادی کو مناسب طریقہ سے گراف پیپر پر نقطوں سے ظاہر کرتے ہیں ۔ مثلاً سال 1976 کی آبادی جو کہ 32 ہزار ہے ، کو ظاہر کرنے کے لیے ہم اُفقی محور $\overrightarrow{OX}$ پر سال 1976 اور راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر 32 (ہزار آبادی) کو ظاہر کرنے والے نقطے میں سے گزرنے والے خطوط جس نقطہ پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں ۔ وہاں نشان O لگاتے ہیں اس طرح دوسرے سالوں کی آبادی کو بھی نقطوں سے ظاہر کرتے ہیں ۔ پھر ان تمام نشانوں کو ملانے سے قصبہ کی آبادی کا خطی گراف حاصل ہوتا ہے ۔

قصبہ کی آبادی کا خطی گراف

سکیل : ایک چھوٹا خانہ ایک ہزار کی آبادی کو ظاہر کرتا ہے ۔

Y

50,000

40,000

30,000

آبادی

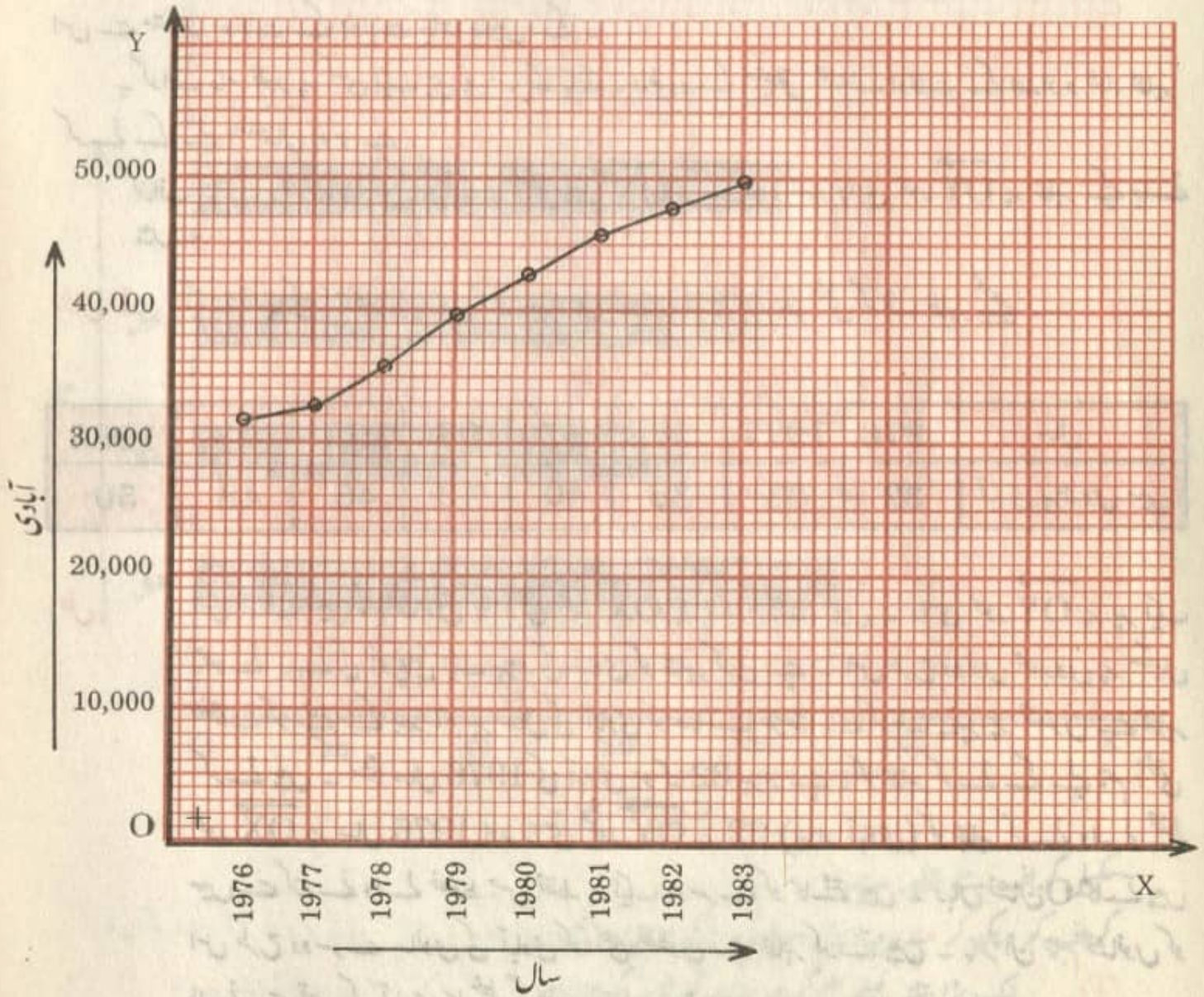
20,000

10,000

O

1976 1977 1978 1979 1980 1981 1982 1983

X

سال

اس خطی گراف کو دیکھ کر ہم کئی باتیں بآسانی سمجھ سکتے ہیں ۔

(i) قصبہ کی آبادی میں مسلسل اضافہ ہوتا رہا ہے ۔

(ii) 1976 سے 1983 تک کُل 18000 آبادی کا اضافہ ہوا ۔

مثال 2 ایک زمیندار کی زمین کی سالانہ پیداوار نیچے خطی گراف کے ذریعے دکھائی گئی ہے ۔

حل

زمیندار کی سالانہ پیداوار کا خطی گراف

سکیل : ایک چھوٹا خانہ 2 میٹرک ٹن پیداوار ظاہر کرتا ہے ۔

y

120

100

80

60

40

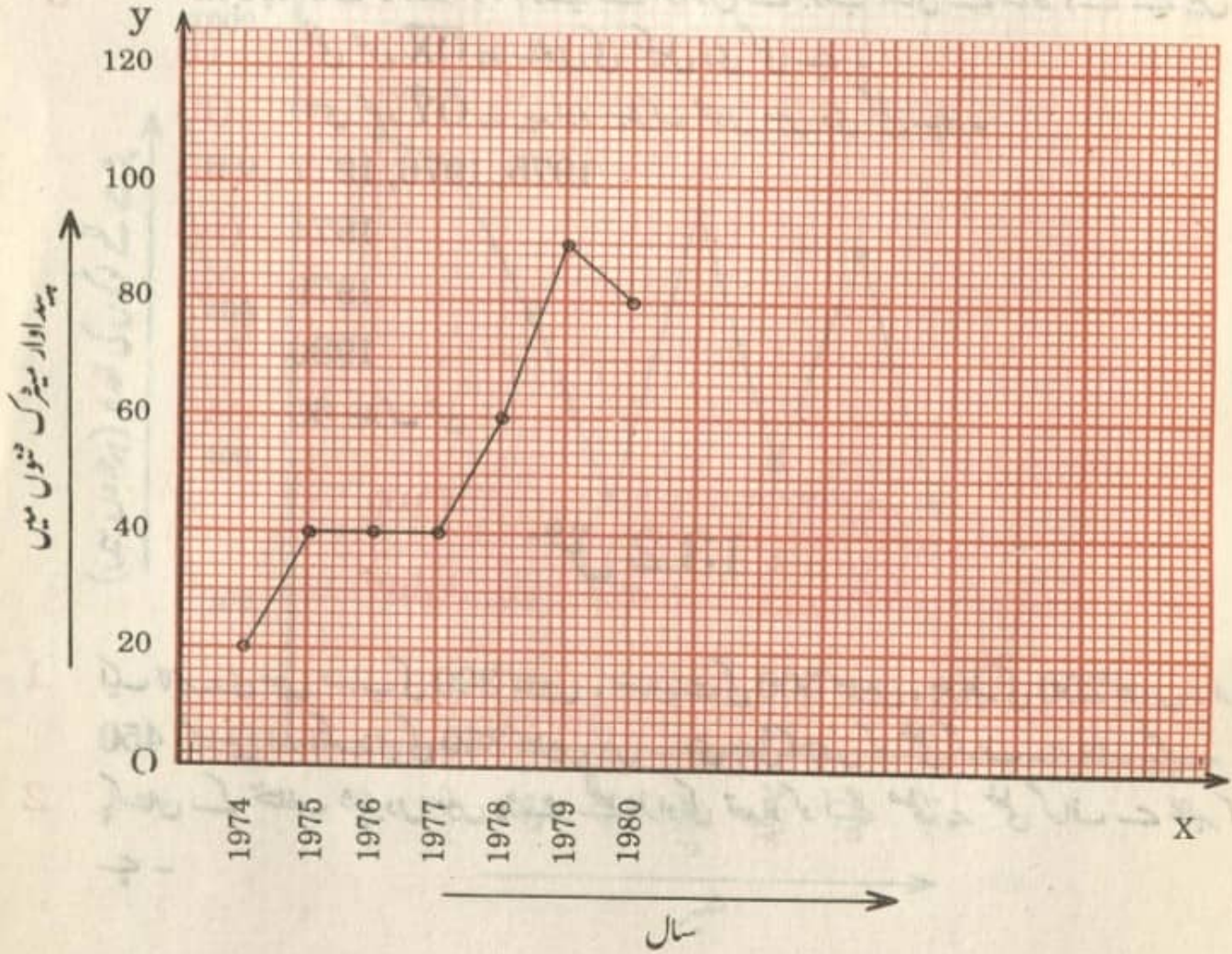
20

O

پیداوار میٹرک ٹنوں میں

1974 1975 1976 1977 1978 1979 1980

X

سال

اس گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

(i) اُفقی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟

(ii) راسی محور پر کس چیز کی سکیل دی گئی ہے ؟

(iii) کِن کِن سالوں میں پیداوار برابر رہی ؟

(iv) کِس سال پیداوار سب سے کم رہی ؟

(v) کِس سال پیداوار سب سے زیادہ رہی ؟

(vi) کِس سال پیداوار میں مسلسل اضافہ کے بعد کمی ہوئی ؟

(vii) 1978 میں کتنی پیداوار ہوئی ؟

حل مندرجہ بالا گراف کو دیکھ کر ہم دیے گئے سوالوں کے جواب آسانی کے ساتھ دے سکتے ہیں ۔

(i) اُفقی محور $\overrightarrow{OX}$ پر سالوں کی سکیل دی گئی ہے ۔

(ii) راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر پیداوار میٹرک ٹنوں میں دی گئی ہے ۔

(iii) 1975, 1976, 1977

(iv) 1974

(v) 1979

(vi) 1980

(vii) 60 میٹرک ٹن

مشق 13.2

1. ایک لائبریری میں حساب کی 300 کتابیں ، اسلامیات کی 500 کتابیں ، جغرافیہ کی 250 کتابیں ، اردو کی 450 کتابیں اور انگریزی کی 350 کتابیں ہیں ۔ دی ہوئی کتابوں کو خطی گراف سے ظاہر کیجیے ۔

2. پاکستان کے مختلف شہروں میں پڑھے لکھے افراد کی تعداد کو اگلے صفحہ پر خطی گراف سے ظاہر کیا گیا ہے ۔

پڑھے لکھے لوگوں کا خطی گراف

سکیل : ایک چھوٹا خانہ 20000 پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے ۔

Y

1000

800

600

400

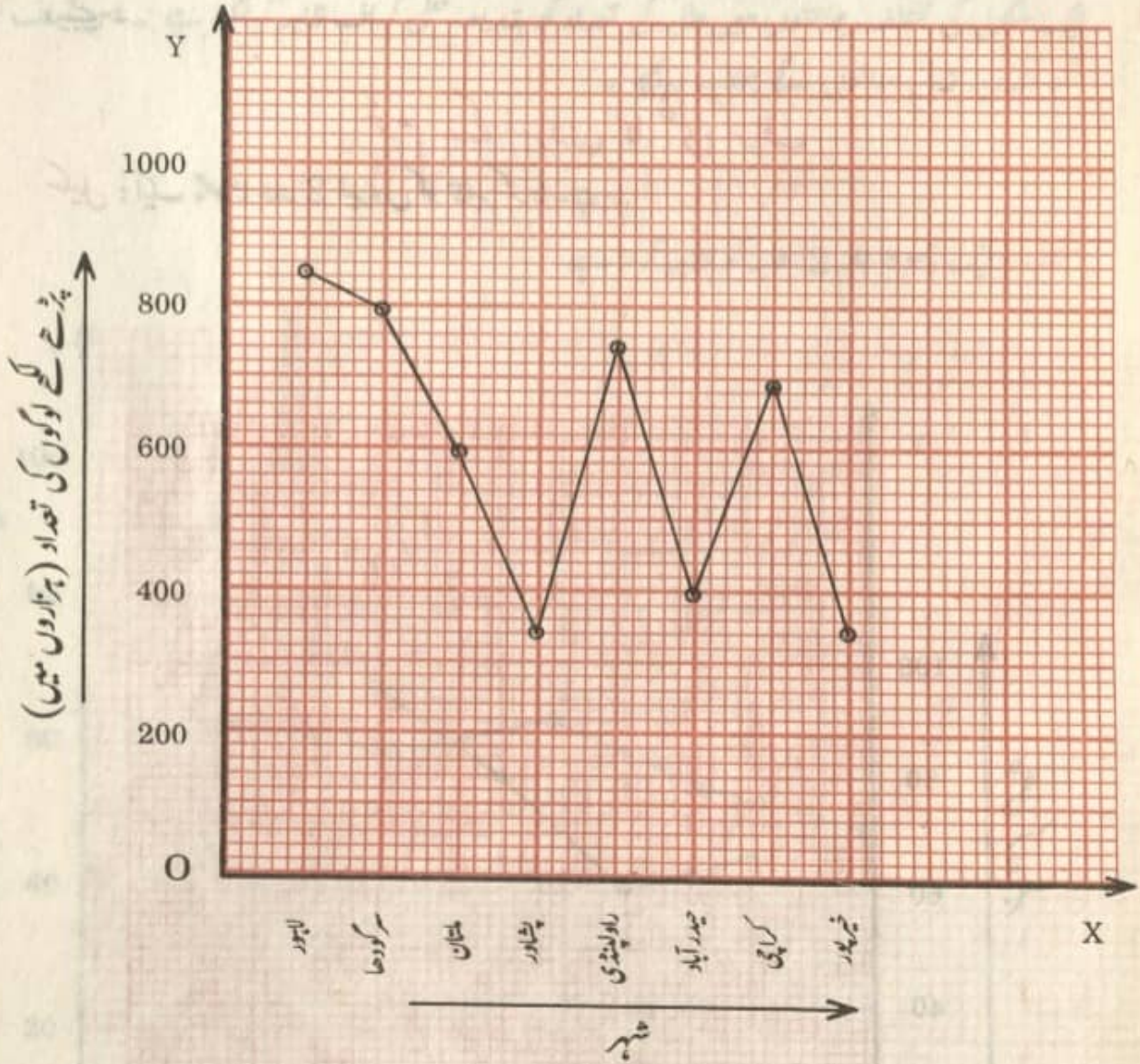
200

O

پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد (ہزاروں میں)

X

لاہور سرگودھا ملتان پشاور راولپنڈی حیدرآباد کراچی شیخوپورہ

شہر

اس کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

(i) کِس شہر میں پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد سب سے زیادہ ہے ؟

(ii) کِن دو شہروں میں پڑھے لِکھے لوگوں کی تعداد برابر ہے ؟

(iii) راولپنڈی میں پڑھے لکھے لوگوں کی تعداد زیادہ ہے یا لاہور میں ؟

(iv) کراچی میں پشاور سے کتنے پڑھے لکھے لوگ زیادہ ہیں ؟

(v) سرگودھا میں لاہور سے کتنے پڑھے لکھے لوگ کم ہیں ؟

3. خرم نے میٹرک کے امتحان میں اُردو ، انگریزی ، اسلامیات اور حساب میں 100 نمبروں میں سے جتنے نمبر حاصل کیے ان کو نیچے خطی گراف سے ظاہر کیا گیا ہے ۔ اُس کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

خرم کے نمبروں کا خطی گراف

سکیل : ایک چھوٹا خانہ 2 نمبروں کو ظاہر کرتا ہے ۔

Y

100

80

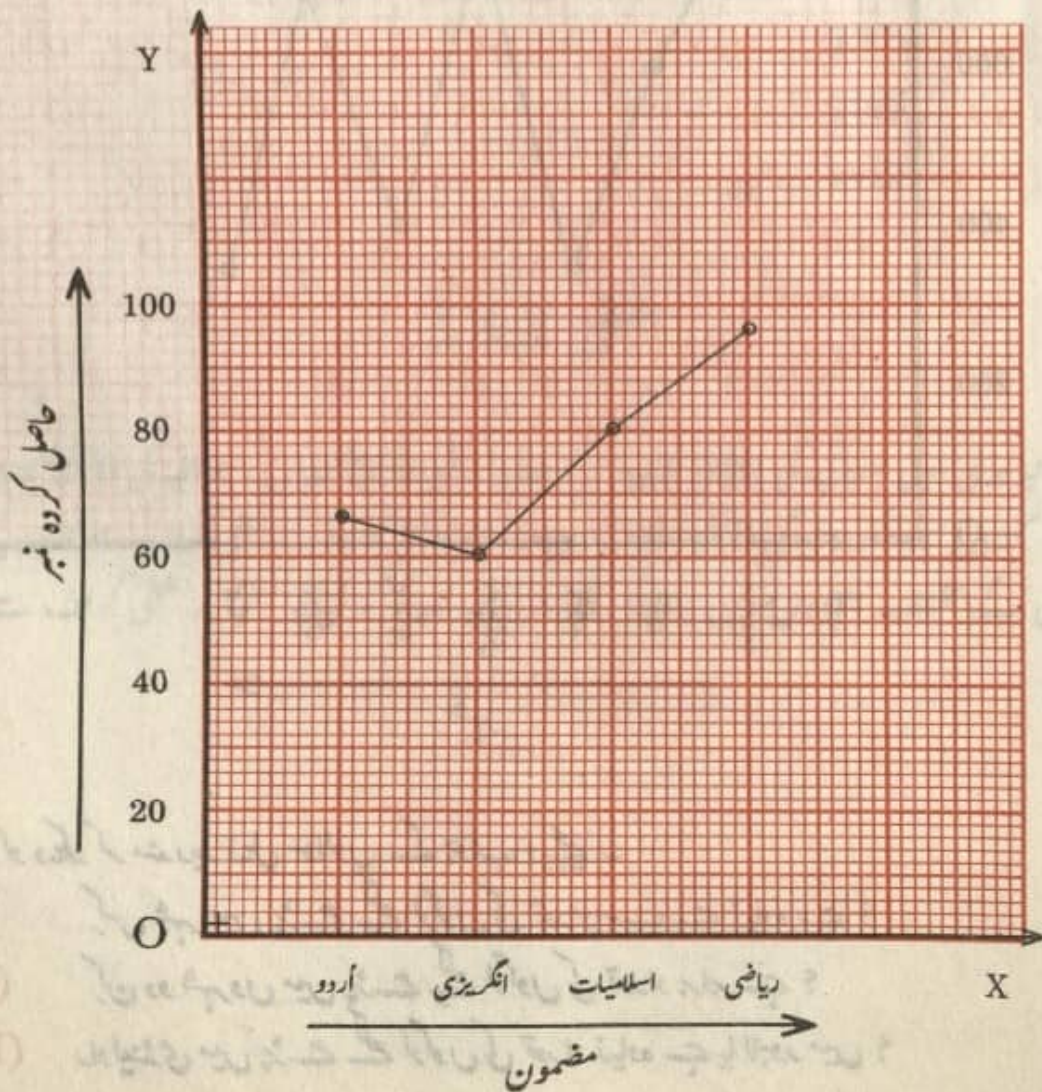
60

40

20

O

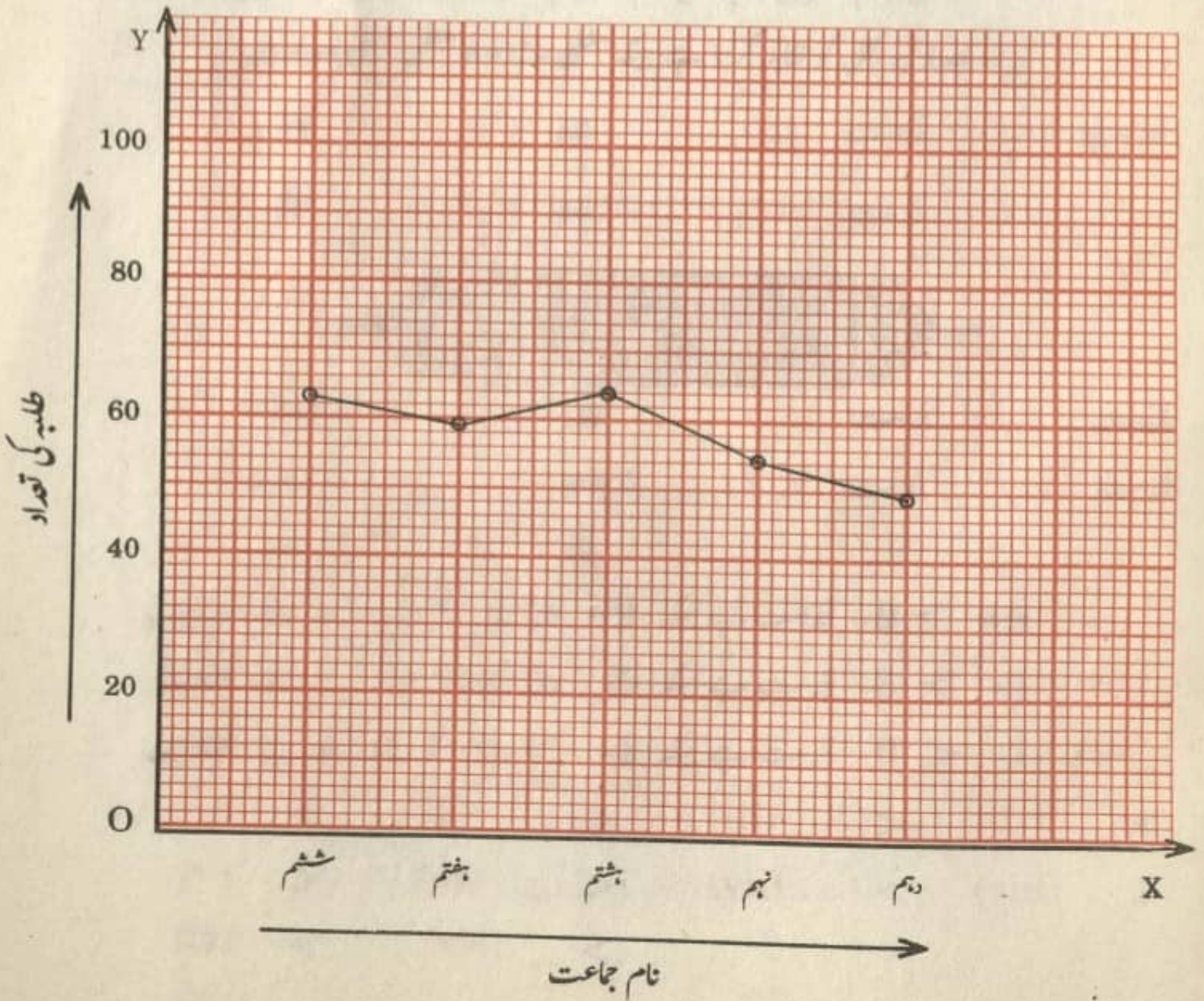
حاصل کردہ نمبر

اُردو انگریزی اسلامیات ریاضی X

مضمون

(i) خرّم نے سب سے زیادہ نمبر کس مضمون میں حاصل کیے اور کتنے ؟
(ii) خرّم نے سب سے کم نمبر کس مضمون میں حاصل کیے اور کتنے ؟
(iii) خرّم نے اسلامیات میں انگریزی سے کتنے زیادہ نمبر حاصل کیے ؟
(iv) خرّم نے اُردو میں حساب سے کتنے کم نمبر حاصل کیے ؟

4. ایک سکول کی مختلف جماعتوں میں طلبہ کی تعداد کو بذریعہ خطی گراف ظاہر کیا گیا ہے ۔ اس گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے ۔

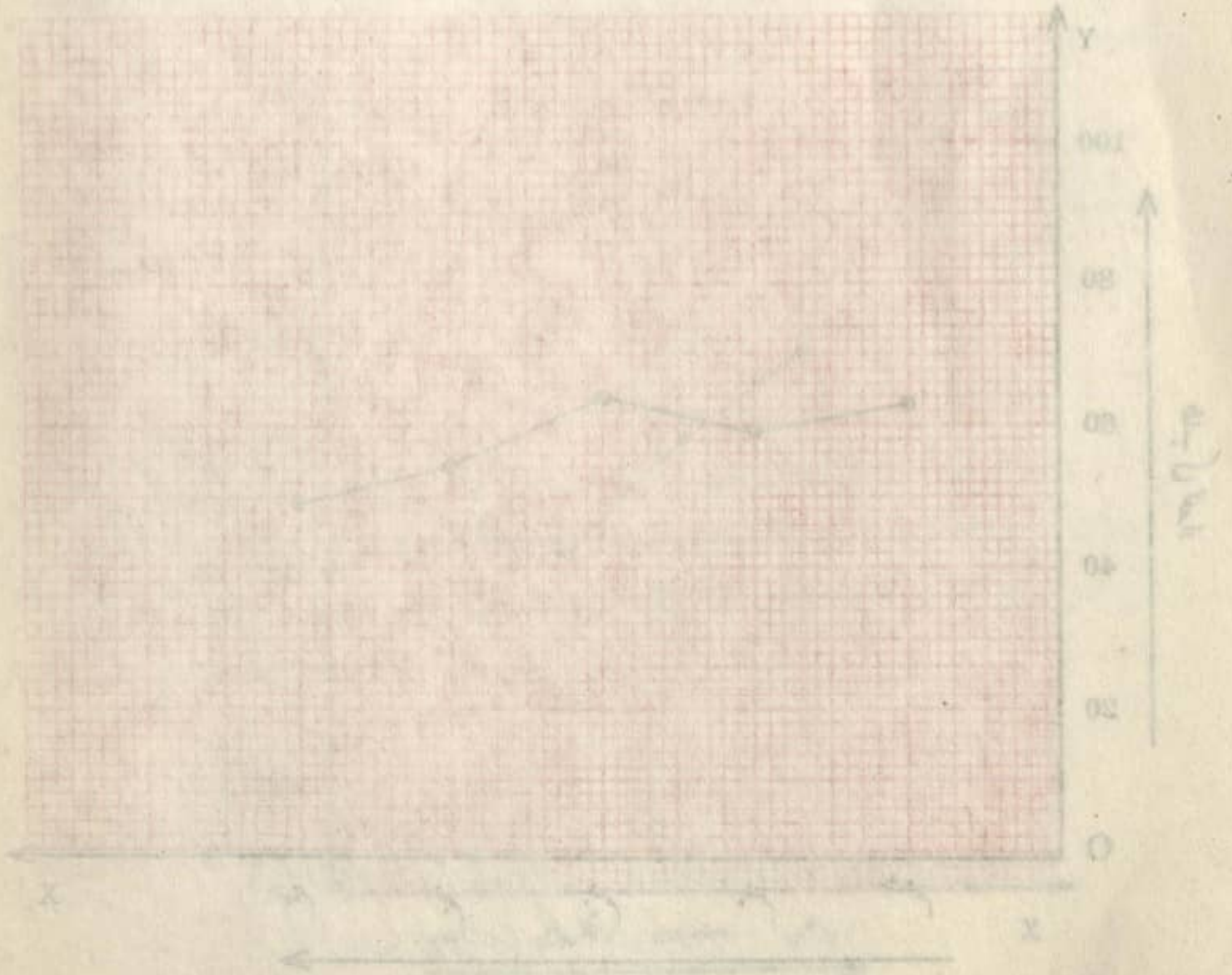
سکول میں طلبہ کی تعداد کا خطی گراف

سکیل : ایک چھوٹا خانہ 2 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

(i) کِن دو جماعتوں میں طلبہ کی تعداد سب سے زیادہ ہے ؟

(ii) کِس جماعت میں طلبہ کی تعداد سب سے کم ہے ؟

(iii) جماعت نہم میں جماعت ہفتم سے کتنے طلباء کم ہیں ؟

(iv) جماعت ششم میں جماعت دہم سے کتنے طلباء زیادہ ہیں ؟

(v) سکول میں کُل کِتنے طلباء ہیں ؟

جوابات

مشق 1.1

2. +20 , -11 , +9 , 0 , -1 , -15 , +3

3. نفی دو اعداد پر عمل کو ظاہر کرتا ہے جبکہ منفی سے مراد منفی سمتی اعداد ہیں ۔

4. (i) غلط (ii) غلط (iii) دُرست (iv) دُرست
 (v) غلط (vi) غلط (vii) دُرست

مشق 1.2

1. (i) دُرست (ii) غلط (iii) دُرست (iv) دُرست
 (v) دُرست (vi) دُرست (vii) دُرست (viii) دُرست
 (ix) دُرست (x) غلط

.2 (i) $-9 < +9$ دُرست ہے جبکہ $-9 > +9$ ، $-9 = +9$ غلط ہیں
 (ii) $-8 < -5$ دُرست ہے جبکہ $-8 > -5$ ، $-8 = -5$ غلط ہیں
 (iii) $0 > -1$ دُرست ہے جبکہ $0 < -1$ ، $0 = -1$ غلط ہیں

3. (i) $<$ (ii) $>$ (iii) $>$ (iv) $<$
 (v) $>$ (vi) $>$ (vii) $<$ (viii) $>$
 (ix) $<$ (x) $<$

مشق (اعادہ)

1.	6	2.	12	3.	12	4.	18	5.	8
6.	24	7.	24	8.	30	9.	175	10.	150
11.	144	12.	384	13.	900	14.	1080	15.	1680
16.	1800								

مشق 2.1

1.	7392	2.	504	3.	1260	4.	8064
5.	2160	6.	2520	7.	7350	8.	4320
9.	103950	10.	168	11.	540 میٹر	12.	60 روپے
13.	30 سیکنڈ	14.	36 دن	15.	1200 کلوگرام	16.	900 روپے
17.	200 پودے	18.	48 لڈو	19.	147		

مشق (اعادہ) باب 3

1.	4	2.	5	3.	12	4.	13
5.	12	6.	13	7.	9	8.	10
9.	14	10.	49	11.	14	12.	16

مشق 3.1

1.	7	2.	6	3.	22	4.	35
5.	12	6.	15	7.	9	8.	18
9.	20	10.	35	11.	117	12.	22

مشق 3.2

1.	2	2.	2	3.	27	4.	16
5.	6	6.	12	7.	12	8.	20

9. 36 10. 24 11. 35 12. 29

مشق 3.3

1. 12 سم 2. 15 روپے 3. 5 کلوگرام 4. 3 میٹر
5. 4 کلوگرام فی کس 6. 105 پنسلیں ، 11 بنڈل 7. 10 8. 19

1. 2420 2. 5070 3. 525 4. 10
5. 560 6. 6 7. 198 8. 90

1. 1 2. $1\frac{1}{10}$ 3. $1\frac{37}{48}$ 4. $3\frac{1}{14}$
5. $3\frac{159}{172}$ 6. 5 7. $2\frac{137}{204}$ 8. $3\frac{9}{10}$
9. $7\frac{6}{7}$ 10. $7\frac{219}{224}$ 11. 2.4 12. .03
13. 7.633 14. 45.36 15 7.43 16. 6.75
17. $3\frac{1}{18}$ 18. 3.882 19. 20.19 20. $\frac{143}{226}$

1. (i) $\frac{23}{100}$ (ii) $\frac{4009}{1000}$ (iii) $\frac{200407}{10000}$
(iv) $\frac{137531}{10000}$ (v) $\frac{26317}{1000}$

2. (i) $\frac{12}{5}$ (ii) $\frac{77}{25}$ (iii) $\frac{3}{500}$ (iv) $\frac{759}{25}$

(v) $\frac{306}{25}$

مشق 5.1

1.	.5	2.	.25	3.	.2	4.	.6
5.	1.25	6.	.4	7.	.45	8.	.4375
9.	6.8	10.	2.8125	11.	28.75	12.	47.125
13.	.571	14.	.923	15.	.714	16.	.636
17.	17.846	18.	.294	19.	1.545	20.	4.538
21.	20.667	22.	31.429	23.	19.895	24.	37.949

1. 8 میٹر ، 12 میٹر
2. 36 سال
3. بیٹے کا حصّہ = 3136 روپے
   بیوی کا حصّہ = 672 روپے
   بیٹی کا حصّہ = 1568 روپے
4. 84 بچّے
5. باپ کا حصّہ = 2400 روپے
   بیوی کا حصّہ = 1800 روپے
   بیٹے کا حصہ = 10200 روپے
6. 4287.50 روپے
7. 31.65 روپے
8. 20 رومال 222 روپے
9. 1560 لوگ

1. 4920 روپے
2. 40 کلومیٹر
3. 124 روپے
4. 294 صفحات
5. 91.25 روپے
6. 9 لٹر
7. 22 روپے فی میٹر
8. 516 روپے ، 62.50 میٹر
9. 1611 روپے

مشق 6.1

1. 100 دن
2. 20 دن
3. 180 دن
4. 77 آدمی
5. 15 دن
6. 10 ماہ
7. 1100 آدمی
8. 9 دن
9. 18 آدمی
10. 20 کلومیٹر فی گھنٹہ
11. 3 گھنٹے 45 منٹ

مشق 7.1

1. 4 : 5
2. 2 : 3
3. 4 : 3
4. 2 : 3
5. 1 : 2
6. 8 : 9
7. 4 : 3
8. 6 : 7
9. 15 : 8
10. 41 : 10
11. 6 : 1
12. 21 : 4
13. 5 : 4
14. 5 : 6

مشق 7.2

1. □ = 15
2. □ = 25
3. □ = 2
4. □ = 11
5. □ = 40
6. 750 اینٹیں
7. 25 روپے
8. 6.25 روپے
9. 225 روپے
10. 135 روپے
11. 150 روپے
12. 450 روپے

مشق 7.3

1. قدیر کا حصہ = 350 روپے ، نوید کا حصہ = 140 روپے
2. ریحانہ کا حصہ = 200 روپے ، عابدہ کا حصہ = 700 روپے
3. احمد کا حصہ = 1000 روپے ، سلطان کا حصہ = 1200 روپے
4. بھائی کا حصہ = 600 روپے ، بہن کا حصہ = 300 روپے
5. پہلا حصہ = 18 میٹر ، دوسرا حصہ = 63 میٹر

6. رحیم کا حصہ = 10000 روپے ، کریم کا حصہ = 14000 روپے

7. سلیم کا حصہ = 40000 روپے ، طارق کا حصہ = 30000 روپے

8. احمد کا حصہ = 300 روپے ، ظفر کا حصہ = 400 روپے

9. طلال = 1448 روپے ، بلال = 1086 روپے ، میقال = 1267 روپے

10. نعیم کا حصہ = 1200 روپے ، سلیم کا حصہ = 1600 روپے

کلیم کا حصہ = 1900 روپے

مشق 7.4

1. بیٹے کا حصہ = 6000 روپے ، بیٹی کا حصہ = 3000 روپے

2. بیوی کا حصہ = 2500 روپے ، ہر بیٹے کا حصہ = 7000 روپے

ہر بیٹی کا حصہ = 3500 روپے

3. بیٹے کا حصہ = 2000 روپے ، ہر بیٹی کا حصہ = 1000 روپے

4. بیوی کا حصہ = 2000 روپے ، ہر لڑکے کا حصہ = 7000 روپے

ہر لڑکی کا حصہ = 3500 روپے

5. ہر لڑکے کا حصہ = 4100 روپے ، ہر لڑکی کا حصہ = 2050 روپے

6. بیوی کا حصہ = 2000 روپے ، ہر بیٹے کا حصہ = 3500 روپے

ہر بیٹی کا حصہ = 1750 روپے

7. بیوی کا حصہ = 500 روپے ، ہر بیٹے کا حصہ = 1000 روپے

ہر بیٹی کا حصہ = 500 روپے

8. ہر بیٹے کا حصہ = 6000 روپے ، ہر بیٹی کا حصہ = 3000 روپے

مشق 8.1

1. 1384 روپے 2. 469.50 روپے 3. 7.30 تقریباً روپے

4. 34.99^{o} سینٹی گریڈ 5. 422.90 روپے

مشق 8.2

1. 18 سم
2. 68 سال
3. 76 روپے
4. 40.8° سینٹی گریڈ
5. 65 سال
6. 23.31° سینٹی گریڈ
7. 1683.34 روپے
8. 240 روپے

مشق 9.1

(i) x جمع y
(ii) دو x منفی y
(iii) x کا مربع
(iv) x تقسیم y
(v) دو x جمع y تقسیم پانچ
(vi) x کا مکعب منفی y کا مربع
(vii) x منفی y کل بٹا دو
(viii) (x تقسیم تین) ضرب (y تقسیم دو)
(ix) پانچ ضرب x کا مربع تقسیم z
(x) x جمع y کل کا مربع

2. (i) $3x + y$ (ii) $y \times 6x$ (iii) $5y - 3$
(iv) $\frac{4x}{3y}$ (v) $2x - y$ (vi) $\frac{x}{y}$
(vii) $x + 7y$ (viii) $2x + \frac{y}{5}$ (ix) $x^2 \times y$
(x) $x^2 - y^2$ (xi) $\frac{x}{3}$ (xii) $\frac{x}{4} + 3y$
(xiii) $\frac{x}{2} - \frac{y}{2}$ (xiv) $x^2 - y^2$ (xii) $(2x)^2$

3. (i) $4x$ (ii) $3x + 4y$ (iii) x^4
(iv) $x^2 - y^2$ (v) $(x + y)^3$ (vi) $(x + 2)^2$
(vii) $8 + 2x - y^2$ (viii) $8xyz^2$ (ix) px^4
(x) $st^2 r^2$

4. $2x^2$ کا مطلب ہے 2 ضرب x کا مربع جبکہ $(2x)^2$ کا مطلب ہے 2 ضرب x کل کا مربع

5. (i) y (ii) 0 (iii) y (iv) y
(v) x (vi) 1 (vii) 0 (viii) $2x + 2y$
(ix) y

1. (i) x (ii) z (iii) z, y (iv) x
(v) x, y, z

2. (i) 15 (ii) $-c$ (iii) -1 (iv) a
(v) 2

3 (i) x کا عددی سر 2

(ii) z کا عددی سر -6

(iii) x کا عددی سر 2 اور y کا عددی سر $\frac{1}{2}$

(iv) x ، y کا عددی سر 1 اور z کا عددی سر -1

(v) x کا عددی سر $-\frac{3}{2}$ ، y کا عددی سر -7 ، z کا عددی سر -5

4 (i) اساس = x , قوت نما = 4

(ii) اساس = x , قوت نما = 3

(iii) اساس = y , قوت نما = 2

(iv) اساس = y , قوت نما = 1

(v) اساس = $3x$, قوت نما = 2

(vi) اساس = $z + y$, قوت نما = 3

مشق 9.3

1. (i) 10 (ii) 10 (iii) 13 (iv) 11 (v) 4 (vi) 3 (vii) 26 (viii) 83 (ix) 4 (x) 615

2. (i) 10 (ii) 0 (iii) 6 (iv) 1 (v) 6 (vi) 14 (vii) 12 (viii) 4

3. (i) 96 (ii) 5 (iii) 26 (iv) 4 (v) 11 (vi) 1 (vii) 4 (viii) 6

4. (i) 24 (ii) 7 (iii) 18 (iv) 13 (v) 17 (vi) 36 (vii) 8 (viii) 22 (ix) 8 (x) 148 (xi) 105

مشق 9.4

1. درست
2. غلط
3. کُھلا
4. کُھلا
5. درست
6. درست
7. درست
8. غلط
9. کُھلا
10. کُھلا
11. کُھلا
12. درست
13. درست
14. غلط
15. درست
16. کُھلا
17. $x + 3 = 8$
18. $x - 4 = 3$
19. $7 > 4$
20. $x \div 3 = 10$

مشق 9.5

1. $=$
2. $>$
3. $<$
4. $<$
5. $<$
6. $>$

7.	$<$	8.	$=$	9.	$=$
10.	$<$	11.	$<$	12.	$=$

مشق 9.6

1.	$x = 7$	2.	$x = 11$	3.	$x = 9$
4.	$x = 2$	5.	$x = 5$	6.	$x = 4$
7.	$x = 21$	8.	$x = 9$	9.	$x = 8$
10.	$x = 12$	11.	$x = 4$	12.	$x = 33$
13.	$x = 3$	14.	$x = 2$	15.	$x = 4$
16.	$x = 3$	17.	$x = 3$	18.	$x = 15$
19.	$x = 4$	20.	$x = 3$	21.	$x = 1$

مشق 9.7

1.	14	2.	22	3.	10
4.	3	5.	11	6.	29

7. روپے 110 = ساجد کی رقم ، روپے 220 = زرس کی رقم

8. میٹر 56 = چوڑائی ، میٹر 112 = لمبائی

مشق 10.1

2. (i) CD شعاع (ii) LM خط (iii) PQ قطعہ خط

(iv) AB شعاع (v) XY خط (vi) EF قطعہ خط

3 (i) $\overrightarrow{PQ}$ (ii) $\overleftrightarrow{CD}$ (iii) $\overline{ST}$

(iv) $\overleftrightarrow{AB}$ (v) $\overline{MN}$ (vi) $\overrightarrow{EF}$

4. (i) $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ (ii) $\overline{CD} \ncong \overline{LM}$

5. $\overline{CD}$ قطعہ خط CD کی شکل کو جبکہ $m\overline{CD}$ قطعہ خط CD کی پیمائش کو ظاہر کرتا ہے -

6. (i) کوئی نہیں (ii) ایک (iii) دو

7 (i) خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا جبکہ شعاع کا ایک سرا ہوتا ہے -

(ii) قطعہ خط کے دو سرے ہوتے ہیں جبکہ شعاع کا ایک سرا ہوتا ہے -

8. خط کی لمبائی دونوں طرف لامتناہی ہوتی ہے جبکہ شعاع کی لمبائی ایک طرف سے لامتناہی ہوتی ہے -

9. (i) 6.0 سم (ii) 4.5 سم (iii) 4 سم (iv) 2.5 سم

(v) 4.4 سم (vi) 4.5 سم (vii) 5.5 سم (viii) 7 سم

10

5.5 سم
(i)

5.7 سم
(ii)

7.3 سم
(iii)

3.5 سم
(iv)

8.6 سم
(v)

4.1 سم
(vi)

9.2 سم
(vii)

مشق 10.2

1. (i) $\angle RST$, S راس , $\overrightarrow{ST}$, $\overrightarrow{SR}$

(ii) $\angle PQR$, Q راس , $\overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{QP}$

(iii) $\angle ABC$, B راس , $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$

(iv) $\angle LMN$, M راس , $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{ML}$

(v) $\angle RST$, S راس , $\overrightarrow{SR}$, $\overrightarrow{ST}$

(vi) $\angle BAC$, A راس , $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$

2. (i) 90^o (ii) 140^o (iii) 35^o

(vi) 120^o (v) 90^o (vi) 40^o

3. (i) قائمہ (ii) منفرجہ (iii) حادہ

(iv) منفرجہ (v) قائمہ (vi) حادہ

4. (i) $m\angle QOL = 120^o$, $m\angle POL = 60^o$

$m\angle QOM = 60^o$, $m\angle POM = 120^o$

$m\angle QOL = m\angle POM$, $m\angle POL = m\angle QOM$

(ii) $m\angle BPC = 105^o$, $m\angle APC = 75^o$

$m\angle BPD = 75^o$, $m\angle APD = 105^o$

$m\angle MQC = 105^o$, $m\angle MQD = 75^o$

$m\angle LQC = 75^o$, $m\angle LQD = 105^o$

$m\angle BPC = m\angle MQC$, $m\angle BPC = m\angle LQD$

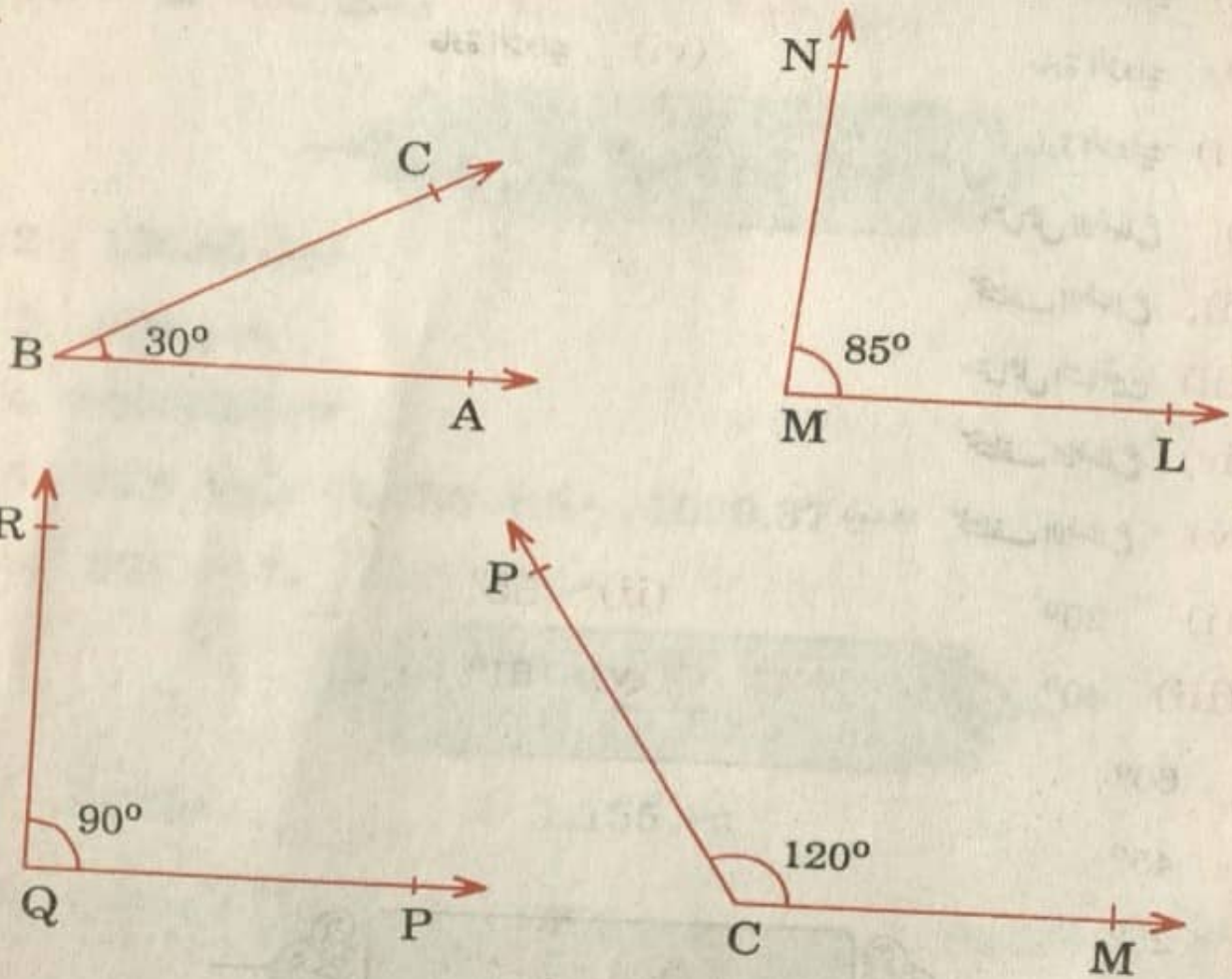
$m\angle BPD = m\angle MQD$, $m\angle BPD = m\angle LQC$

$m\angle APC = m\angle BPD$, $m\angle APD = m\angle MQC$

(iii) $m\angle RQS = 120^\circ$, $m\angle OQS = 60^\circ$

$m\angle POR = 65^\circ$

کوئی زاویہ متماثل نہیں -

5.

6. 120° , 150° , 90° , 60° , 30°

مشق 10.3

1. (i) منفرجۃ الزاویہ (ii) حادۃ الزوایۃ
   (iii) قائمۃ الزاویہ (iv) حادۃ الزوایۃ
   (v) حادۃ الزوایۃ (vi) حادۃ الزوایۃ
   (vii) حادۃ الزوایۃ

2. (i) متماثل الاضلاع
   (ii) مختلف الاضلاع
   (iii) متماثل الساقین
   (iv) مختلف الاضلاع
   (v) مختلف الاضلاع

4. (i) 20^o (ii) 85^o
   (iii) 40^o (iv) 61^o

5. 60^o

6. 45^o

7. 25^o

مشق 10.4

4. (i) ذوزنقہ (ii) عام چوکور (iii) متوازی الاضلاع
   (iv) مستطیل (v) مربع (vi) معین

5. (i) ABCD , DABC (ii) DEFC , CDEF
   (iii) LMNP , PLMN (iv) PQRS , SPQR
   (v) STUV , VSTU (vi) WXUV , VWXU

6. (i) زاویے = $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ اضلاع = $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$

زاویے = $\angle D, \angle C, \angle E, \angle F$ اضلاع = $\overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FC}$

7. (iii) $\overline{MP}$, $\overline{LN}$ (iv) $\overline{SQ}$, $\overline{PR}$

10. (i) غلط (ii) درست (iii) غلط (iv) درست

مشق 12.1

2. 138.60 روپے

3. 600 روپے

4. 506000 روپے

5. 67.5 مربع میٹر , 607.5 مربع میٹر , 1029.37 روپے

6. 225 مربع میٹر , 1475 مربع میٹر

مشق 12.2

2. 7 مربع میٹر

3. 1.155 ہیکٹر

4. 195.5 مربع سم

5. 360 روپے

6. 990000 کلوگرام

مشق 12.3

3. 0.6 مکعب میٹر

4. 40000 مکعب میٹر

5. 115200 روپے

6. 8000000 روپے

7. 1620000 روپے

8 420 کلوگرام

9 28.8 کوئنٹل

10 12000 روپے

11 3 گنا

12 540000 کلوگرام

مشق 13.1

4 (i) خوراک پر 1000 روپے (ii) صفائی پر 200 روپے

(iii) لباس اور ملازم 300 روپے

(iv) 400 روپے (v) 800 روپے (vi) 3000 روپے

5 (i) 140 ٹن , گندم (ii) 40 ٹن , چارہ (iii) 72 ٹن

(iv) 176 ٹن (v) 436 ٹن

6 (i) 20 کلوگرام (ii) عتیق (iii) 80 کلوگرام

(iv) 84 کلوگرام (v) توفیق

مشق 13.2

2. (i) لاہور (ii) خیرپور , پشاور (iii) لاہور

(iv) 3,50,000 (v) 40,000

3. (i) 96 . ریاضی (ii) 60 , انگریزی (iii) 20

(iv) 30

4. (i) ہشتم , ششم (ii) دہم (iii) 4

(iv) 14 (v) 294

درخت ہماری شان ہیں
پاکستان کی آن ہیں

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ ، لاہور

منظور کردہ : قومی ریویو کمیٹی ، وفاقی وزارتِ تعلیم ، حکومت پاکستان ۔ اسلام آباد

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد　　کِشورِ حَسین شاد باد

تونشانِ عزمِ عالی شان　　ارضِ پاکستان

مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام　　قُوّتِ اُخُوّتِ عوام

قوم، مُلک، سلطنت　　پایندہ تابندہ باد

شاد باد منزلِ مراد

پرچمِ ستارہ و ہلال　　رہبرِ ترقّی وکمال

ترجمانِ ماضی، شانِ حال　　جانِ استقبال

سایۂ خدائے ذُوالجلال

12672

سال اشاعت	تجرباتی ایڈیشن	طباعت	تعداد اشاعت	قیمت
ستمبر 1992ء	اول	سوم	25,000	11.55